KLEINE STUDIE ZUR KOMBINATORISCHEN GEOMETRIE DER SPHÄRE

von H. HADWIGER in Bern

Es bezeichne S_n die n-dimensionale *Sphäre.* Eine solche ist der Rand einer $(n+1)$-dimensionalen euklidischen Vollkugel vom Radius 1.

Sind P und Q zwei Punkte von S_n, so bedeute $d(P, Q)$ die sphärische *Distanz*; es ist $0 \leqq d \leqq \pi$. Die Menge aller Punkte Q, für die bei einem fest gewählten P stets $d(P, Q) \leqq \pi/2$ ausfällt, ist ein *Halbraum* H; P heisst Pol von H. Eine Punktmenge A, welche als nichtleerer Durchschnitt einer Menge von Halbräumen H darstellbar ist, nennen wir einen *konvexen Körper* im S_n. Die Menge der Pole derjenigen Halbräume, welche einen konvexen Körper A enthalten, ist wieder ein konvexer Körper; es ist der dem Körper A *polar* zugeordnete Körper A^*.

Die Menge der Punkte Q, für die mit einem festgewählten Punkt P und einem festen s, $0 \leqq s \leqq \pi$, stets $d(P, Q) \leqq s$ gilt, ist eine sphärische *Kugel* vom *Radius s*. P ist das Zentrum (Pol) der Kugel. *Umkugelradius* R bzw. *Inkugelradius* r eines konvexen Körpers A ist der Radius einer kleinsten Kugel, welche A enthält, bzw. der Radius einer grössten Kugel, welche in A enthalten ist.

In der vorliegenden Studie handelt es sich um die beiden sich polar entsprechenden Sätze:

SATZ A. *Zu jeder Menge konvexer Körper der Sphäre S_n, welche alle der Nebenbedingung sin $R \leqq 1/(n+1)$ genügen sollen, gibt es $n+2$ Halbräume, so dass jeder Körper der Menge durch wenigstens einen Halbraum bedeckt wird.*

SATZ B. *Zu jeder Menge konvexer Körper der Sphäre S_n, welche alle der Nebenbedingung cos $r \leqq 1/(n+1)$ genügen sollen, gibt es $n+2$ Punkte, so dass jeder Körper der Menge wenigstens einen Punkt bedeckt.*

In beiden durch die Voraussetzungen der beiden Sätze gegebenen Fällen lassen sich mit den konvexen Körpern $n+2$ Klassen so bilden, dass die Vereini-

Received September 3, 1954.