Tadato Matsuzawa
Nagoya Math. J.
Vol. 42 (1971), 43–55

SUR LES ÉQUATIONS $\mathbf{u}_{tt} + \mathbf{t}^{\alpha}\mathbf{u}_{xx} = \mathbf{f}$ $(\alpha \geqq 0)$

TADATO MATSUZAWA

§ 1. Introduction.

Le but principal de cette note est de démontrer les Théorème 4.2 et 6.1. Pour l'effectuer nous utiliserons la méthode de développement par les fonctions propres cf. [6]. Nous ne utilisons pas la méthode de la régularisation elliptique, mais les résultats de Baouendi [1] sont essentiels.

Nous démontrerons la régularité (dans le § 5) et l'analyticité (dans le § 6) de la solution des équations

$$u_{tt} + t^{2k}u_{xx} = f, \qquad k = 0, 1, 2, \cdots \tag{1.1}$$

comme application de l'estimation obtenue dans le Théorème 4.2.

Nous notons que l'hypoellipticité des équations (1.1) a été déjà obtenue comme dans le cas particulier des résultats dans [1] et [3].

§ 2. Un problème de Dirichlet.

Soient $\Omega = (0 < x < 1)$, $Q = \Omega \times (0 < t < T)$ et $\Gamma = \partial Q$.

Pour α réel $\geqq 0$, on considère l'espace de Hilbert $V = V(Q)$ comme suit:

$$V = \{u\,;\, u \in H^1(0, T;\, L^2(\Omega)),\ t^{\frac{\alpha}{2}} u \in L^2(0, T;\, H^1(\Omega))\}$$

avec la norme

$$\|u\|_V = (\|u\|^2_{L^2(Q)} + \|u_t\|^2_{L^2(Q)} + \|t^{\frac{\alpha}{2}}\, u_x\|^2_{L^2(Q)})^{\frac{1}{2}}$$

Posons:

$$\mathring{V} = \text{adhérence de } C_0^\infty(Q) \text{ dans } V = V(Q).$$

La norme de $\mathring{V}$ est équivalente à

$$(\|u_t\|^2_{L^2(Q)} + \|t^{\frac{\alpha}{2}}\, u_x\|^2_{L^2(Q)})^{\frac{1}{2}}$$

Received October 8, 1969.