Y. Ito
Nagoya Math. J.
Vol. 63 (1976) 123-137

SUR LE SEMI-GROUPE DE L'OPERATEUR INVERSE DE Δ

YOSHIFUSA ITO

1. Introduction.

Soient N le noyau newtonien sur l'espace euclidien $\boldsymbol{R}^n$ à dimension $n \geqq 3$ et E l'espace de Banach formé par des fonctions finies et continues définies dans $\boldsymbol{R}^n$ s'annulant à l'infini et normé usuellement. Définissons l'opérateur de convolution K par $Kf = -N*f$. Dans cette note nous traitrons l'opérateur K dans E. D'abord on remarque l'existence de l'extension fermée $\bar{K}$ de l'opérateur K. On note $\bar{\Delta}$ l'extension fermée de l'opérateur de Laplace Δ. Soient $(G_t)_{t\geqq 0}$ et $(T_t)_{t\geqq 0}$ le semi-groupe des opérateurs dont le générateur infinitésimal est $\bar{\Delta}$ et celui dont le générateur infinitésimal est $\bar{K}$. On montrera que la transformation de Bessel applique $(G_t)_{t\geqq 0}$ à $(T_t)_{t\geqq 0}$, et chaque opérateur T_t est défini par la différence de la mesure de Dirac δ à l'origine et d'une fonction s_t analytique en dehors de l'origine. La fonction s_t est sphériquement symétrique et à décroissance rapide. Elle oscille encore infiniment sur toute la demi-droite. En l'appliquant on peut obtenir la solution explicite de problème de Cauchy:

$$\begin{cases} \text{(a)} \quad \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \bar{K}u(x,t) \\ \text{(b)} \quad u(x,0) = u_0(x). \end{cases}$$

La solution du présent problème est représentée par

$$u(x,t) = T_t u_0(x) = u_0(x) - s_t * u_0(x) \ ,$$

si u_0 appartient au domaine de $\bar{K}$.

Finalement on montrera que

$$\int_0^\infty T_t dt = -\bar{\Delta}$$

Received February 18, 1976.