M. Itô
Nagoya Math. J.
Vol. 57 (1975), 167-197

CARACTÉRISATION DU PRINCIPE DE DOMINATION POUR LES NOYAUX DE CONVOLUTION NON-BORNÉS

MASAYUKI ITÔ

1. Introduction

Dans toute la suite X désignera un groupe abélien localement compact, séparé et dénombrable à l'infini; ξ sera sa mesure de Haar. Rappelons qu'un noyau de convolution N sur X signifie une mesure de Radon positive dans X et que, pour une mesure de Radon réelle μ dans $X, N*\mu$ s'appelle le N-potentiel de μ dès que cette convolution est définie au sens des mesures. Dans cette note, pour simplifier la discussion, nous supposerons qu'il n'existe aucun sous-groupe compact de X excepté $\{0\}$.

On dit qu'un noyau de convolution N sur X est borné si, quelle que soit f une fonction finie et continue dans X à support compact, le N-potentiel $N*f$ de f est borné sur X. Dans l'article précédent [7], nous avons fournit une caractérisation du principe de domination pour les noyaux de convolution bornés sur X, en utilisant les noyaux de convolution de Hunt. Mais cela n'est pas définitif, car on connaît bien qu'un noyau de convolution sur X est borné et satisfait au principe de domination si et seulement s'il satisfait au principe complet du maximum (cf. par exemple, [5]). On peut donner facilement d'exemples de noyaux de convolution non-bornés et satisfaisant au principe de domination.

Dans cette note, nous founirons une caractérisation définitive du principe de domination pour les noyaux de convolution sur X dans cette direction. Cela est l'énoncé suivant:

Soit N un noyau de convolution sur X. Pour que N satisfasse au principe de domination, il faut et il suffit que N soit un noyau de convolution de Hunt sur X ou bien qu'il existe une fonction positive, continue et exponentielle φ sur X telle que N soit de la forme

$$N = \varphi(\widetilde{N}_0 + \widetilde{N}') ,$$

Received September 17, 1973.