M. Itô
Nagoya Math. J.
Vol. 57 (1975), 127-152

SUR L'UNICITÉ DU CÔNE CONVEXE DIVISIBLE CONSTITUÉ PAR DE NOYAUX DE CONVOLUTION DE DIRICHLET

MASAYUKI ITÔ

§ 1. Introduction

Dans toute la suite $\boldsymbol{R}^n$ désignera l'espace euclidien à dimension n ($\geqq 1$). Pour un point $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ de $\boldsymbol{R}^n$, on notera $|x| = (\sum_{i=1}^n x_i^2)^{1/2}$. La coordonnée sphérique dans $\boldsymbol{R}^n$ s'écrira (r, σ). $\boldsymbol{R}^+$ désignera l'ensemble $\{t \in \boldsymbol{R}^1; t \geqq 0\}$.

Rappelons qu'un noyau de convolution N sur $\boldsymbol{R}^n$ est une mesure (de Radon) positive dans $\boldsymbol{R}^n$ dans la théorie du potentiel. Pour une mesure réelle μ dans $\boldsymbol{R}^n$, $N * \mu$ s'appelle le N-potentiel de μ dès que cette convolution est définie au sens des mesures. Dans la théorie du potentiel, le noyau de convolution de Hunt posséde les propriétés définitives, qui s'appelle souvent un "bon noyau".

Soit N_0 un noyau de convolution de Hunt sur $\boldsymbol{R}^n$. Dans l'article précédent [7], on définit un cône convexe de Riesz $C_R(N_0)$ relatif au noyau N_0. Cela est, par définition, un cône convexe vaguement fermé de vertex 0, formé par de noyaux de convolution sur $\boldsymbol{R}^n$ et vérifiant les deux conditions suivantes:

(a) $C_R(N_0) - \{0\}$ est formé par de noyaux de convolution de Hunt sur $\boldsymbol{R}^n$.

(b) $C_R(N_0) \ni N_0$ et à tout l'élément $N \neq 0$ de $C_R(N_0)$, on peut associer un autre élément $N' \neq 0$ de $C_R(N_0)$ tel que $N * N' = N_0$.

Dès maintenant on dira qu'un cône convexe de Riesz relatif au noyau N_0 est un cône convexe divisible relatif au noyau N_0.

On a obtenu que, dans [6], il existe un seul cône convexe divisible relatif au noyau newtonien G sur $\boldsymbol{R}^n$ ($n \geqq 3$) constitué par de noyaux de convolution sur $\boldsymbol{R}^n$ invariants par rotations. Voici un problème si la condition "invariance par rotations" peut être évitée.

Received April 17, 1974.