M. Itô
Nagoya Math. J.
Vol. 97 (1985), 1-49

UNE CARACTÉRISATION DES NOYAUX DE CONVOLUTION RÉELS DE TYPE LOGARITHMIQUE

MASAYUKI ITÔ

§1. Introduction

Soit X un groupe abélien localement compact séparé et dénombrable à l'infini. On désignera par ξ la mesure de Haar sur X. Un noyau de convolution réel N (c'est-à-dire, une mesure de Radon réelle) sur X sera dit de type logarithmique s'il existe un semi-groupe $(\alpha_t)_{t\geqq 0}$ vaguement continu, markovien et récurrent des noyaux de convolution (non-négatifs) tel que $\lim_{t\to\infty}\alpha_t = 0$ (vaguement) et, pour toute $\mu\in M_K^0(X)$ (pour la notation, voir § 2),

$$N*\mu = \int_0^\infty \alpha_t * \mu dt^{(1)}. \tag{1.1}$$

Dans ce cas, $(\alpha_t)_{t\geqq 0}$ est déterminé d'une manière unique. S'il existe un noyau de convolution réel de type logarithmique sur X, alors X est non-compact. Donc, dans cet article, on supposera toujours que X est non-compact et l'on désignera par δ le point d'Alexandroff de X.

Dans le théorie classique du potentiel, il est bien connu que le noyau logarithmique sur l'espace euclidien R^2 à 2 dimensions vérifie le principe du maximum semi-complet (équivalent au principe du semi-balayage) (voir [9] et [10]).

Le but de cet article est de montrer les deux théorèmes suivants:

THÉORÈME A. *Soit N un noyau de convolution réel sur X.*

(a) *Supposons que $X\not\approx R\times F$ et $X\not\approx Z\times F$, où R est la droite réelle, Z est le groupe additif d'entiers et F est un groupe abélien compact. Alors, pour que N soit de type logarithmique, il faut et il suffit que l'on ait:*

Received May 11, 1981.

(1) Cela signifie que, pour $f\in C_K(X)$ quelconque,

$$\int f dN*\mu = \lim_{a\to\infty}\int_0^a\int f d\alpha_t*\mu dt = \int_0^\infty\int f d\alpha_t * \mu dt.$$