C. Rotthaus
Nagoya Math. J.
Vol. 76 (1979), 173-180

KOMPLETTIERUNG SEMILOKALER QUASIAUSGEZEICHNETER RINGE

CHRISTEL ROTTHAUS

In [4] EGA IV (7.4.8) hat Grothendieck die folgende Frage gestellt: "A sei ein noetherscher Ring, $I \subseteq A$ ein Ideal, so daß A separiert und komplett in der I-adischen Topologie ist. A/I sei ein $\boldsymbol{P}$-Ring. Ist dann A ebenfalls ein $\boldsymbol{P}$-Ring?" In dieser Arbeit beschäftigen wir uns mit dem Fall, daß A ein semilokaler noetherscher Ring ist und $\boldsymbol{P}$ die Eigenschaft "die formellen Fasern von A sind geometrisch regulär" bezeichnet. Wir wollen zeigen: "A sei ein semilokaler noetherscher I-adisch kompletter Ring, wobei I ein im Jacobsonradikal von A enthaltenes Ideal ist. Sind die formellen Fasern von A/I geometrisch regulär, so sind auch die formellen Fasern von A geometrisch regulär."

Im folgenden nennen wir einen semilokalen noetherschen Ring A quasiausgezeichnet, wenn seine formellen Fasern geometrisch regulär sind. Unter dem Radikal $\operatorname{rad}(A)$ eines Ringes A verstehen wir immer das Jacobsonradikal von A und mit $\hat{A}$ werde die Komplettierung von A nach der vom Jacobsonradikal auf A induzierten Topologie (auch einfach Komplettierung von A genannt) bezeichnet. Bei den übrigen Bezeichnungen sei auf EGA [3] und [4] bzw. das Buch von H. Matsumura [5] verwiesen.

Herrn Markus Brodmann danke ich für zahlreiche nützliche Gespräche über diese Arbeit.

§1. Vorbereitungen

Wir geben eine Zusammenstellung der zum Beweis des Hauptergebnisses benötigten Sätze:

THEOREM 1 (Marot [7]). *A sei ein semilokaler noetherscher Ring; $I \subseteq \operatorname{rad}(A)$ ein im Jacobsonradikal von A enthaltenes Ideal. A sei komplett in der I-adischen Topologie. Sind die formellen Fasern von A/I geometrisch reduziert, so sind die formellen Fasern von A ebenfalls geometrisch*

Received December 4, 1978.