C. Rotthaus
Nagoya Math. J.
Vol. 74 (1979), 123-135

UNIVERSELL JAPANISCHE RINGE MIT NICHT OFFENEM REGULÄREM ORT

CHRISTEL ROTTHAUS

Im Zusammenhang mit dem von Grothendieck in [2] Chap. IV (7.4.8) gestellten Problem "Ist die ideal-adische Komplettierung eines ausgezeichneten Ringes wieder ausgezeichnet?" scheint aufgrund der Arbeiten von Marot [3] und Valabrega [8] im lokalen Fall die folgende Frage interessant zu sein: "R sei ein lokaler universell japanischer Ring. Ist der singuläre Ort jeder endlich erzeugten R-Algebra A abgeschlossen in Spec(A)?" Diese Frage wird hier negativ beantwortet, *d.h.* wir werden einen lokalen universell japanischen Ring A konstruieren, dessen singulärer Ort nicht abgeschlossen in der Zariski-Topologie von Spec(A) ist.

Die Bezeichnungen sind dieselben wie in [2]. Unter der Komplettierung $\hat{A}$ eines lokalen Ringes A mit maximalem Ideal m_A verstehen wir immer die Komplettierung von A nach der m_A-adischen Topologie.

Zunächst sei an einige Beziehungen über universell japanische Ringe erinnert:

THEOREM 1. *A sei ein lokaler noetherscher Ring. Dann sind folgende Aussagen äquivalent*:
(i) *A ist universell japanisch.*
(ii) *Die formellen Fasern von A sind geometrisch reduziert.*
(iii) *Für jeden nullteilerfreien Restklassenring B von A (d.h. $B = A/\mathfrak{p}$ für ein $\mathfrak{p} \in \mathrm{Spec}(A)$) mit Quotientenkörper $K = Q(B)$ sind die folgenden beiden Bedingungen erfüllt*:
  (α) *$\hat{B}$ ist reduziert*
  (β) *Für alle minimalen Primideale $\mathfrak{P} \in \mathrm{Spec}(\hat{B})$ ist die Körpererweiterung $\hat{B}_{\mathfrak{P}}/K$ separabel.*

Beweis. [2] Chap. IV (7.7.2) und (7.6.4)

Received July 14, 1978.
Revised August 4, 1978.