Y. Abe
Nagoya Math. J.
Vol. 122 (1991), 83–114

SUR LES FONCTIONS PÉRIODIQUES DE PLUSIEURS VARIABLES

YUKITAKA ABE

§ 0. Introduction

Les fonctions périodiques d'une seule variable ont été étudiées depuis longtemps. On sait que toute fonction méromorphe de n variables $2n$ fois périodiques peut s'écrire comme quotient de deux fonctions thêta. Ceci est a l'origine de l'essor des fonctions thêta. Au contraire, l'étude des fonctions périodiques de n variables r fois périodiques ($r < 2n$) a pris du retard. Il nous semble que P. Cousin ([4] et [5]) a étudié ces fonctions pour la première fois.

Nous pouvons regarder les fonctions périodiques de n variables r fois périodiques comme fonctions sur le groupe quotient $\mathbf{C}^n/\Gamma$ de $\mathbf{C}^n$ par un sous-groupe discret Γ de rang r. Par le théorème de Remmert-Morimoto ([12) et [14]), $\mathbf{C}^n/\Gamma$ est isomorphe à $\mathbf{C}^p \times (\mathbf{C}^*)^q \times X_0$, où X_0 est un groupe toroidal de dimension m et $n = p + q + m$. Si X_0 est compact, alors c'est un tore. En conséquence, l'étude des fonctions périodiques se réduit à celle des fonctions méromorphes sur un groupe toroidal non-compact $X = \mathbf{C}^n/\Gamma$. Toute fonction méromorphe sur X peut s'écrire comme quotient de deux sections holomorphes de l'espace fibré holomorphe en droites sur X. En 1982, Ch. Vogt [17] a démontré que tout espace fibré holomorphe en droites sur X est donné par un facteur thêta si et seulement si la dimension de la cohomologie $H^1(X, \mathcal{O})$ est finie. La classification des cohomologies $H^p(X, \mathcal{O})$ a été faite par H. Kazama [10]. L'auteur [2] a caractérisé les groupes toroidaux par l'existence d'espaces fibrés holomorphes en droites positifs et démontré un théorème de réduction méromorphe pour les groupes toroidaux. Mais, on ne sait pas encore quels espaces fibrés holomorphes en droites sur un groupe toroidal ont une section holomorphe non-triviale.

Tout espace fibré holomorphe en droites L sur un groupe toroidal

Received February 28, 1990.