

Einige Bemerkungen über Projektionsoperatoren (Konsequenzen eines Theorems von Borchers)*

S. SCHLIEDER

Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München

Eingegangen am 19. Mai 1969

Abstract. Some properties of projection operators are investigated by means of a theorem of Borchers. Under the assumptions of

(A) spectrum-condition for the energy-operator,

(B) locality,

(C) uniqueness of an invariant state Ω under time-translations,

(D) irreducibility of the global algebra,

(E) weak additivity equivalent to the cyclicity of each local ring the following main result is derived:

None of two projection operators E and F , for which the two equations

$$[E_t, F]_- = 0 \quad \text{for} \quad |t| < \varepsilon, \quad \text{and} \quad E.F = 0$$

are valid, can belong to a local ring.

This result includes the following special cases: From $E \in \mathfrak{A}_1$, $F \in \mathfrak{A}_2$ \mathfrak{A}_1 resp. \mathfrak{A}_2 two local rings belonging to the compact regions \mathfrak{R}_1 and \mathfrak{R}_2 , \mathfrak{R}_1 spacelike to \mathfrak{R}_2 , it follows, that $E.F \neq 0$. For E a local projection operator and F a projection operator with $F = F_t$ identically in t (so that F describes a conserved property) one finds again $E.F \neq 0$.

1. Einleitung

Vor einigen Jahren haben HAAG und KASTLER [1] mit einer grundlegenden Arbeit der algebraischen Methode in der Quantenfeldtheorie zu breiterer Beachtung verholfen und eine Reihe von Überlegungen auf diesem Gebiet inspiriert.

Schon vorher hatten besonders SEGAL und KADISON [2] in mehreren Arbeiten die Elemente einer abstrakten Algebra als Träger für die interessierenden physikalischen Informationen vorgeschlagen. Bei HAAG und KASTLER rücken die in den sowohl des Raumes wie der Zeit nach endlichen Teilen des Minkowskiraumes vollzogenen Eingriffe am quantenmechanischen System in den Mittelpunkt der Überlegungen. Zwei Eingriffe, welche in zwei raumartig zueinander gelegenen Teilen des Minkowskiraumes vor sich gehen, sollen durch zwei miteinander vertauschbare Elemente der Algebra beschrieben werden. Gerade diese Forderung (Lokalitätsbedingung) zusammen mit der Spektrumsbedingung für den Energieimpulsoperator gibt der Theorie bereits so viel Struktur, daß eine Reihe von Aussagen möglich wird [3].

* Diese Arbeit ist ein Auszug aus einem Manuskript, das im Juni 1968 geschrieben wurde.