Commun. math. Phys. 10, 48—51 (1968)

Eine Bemerkung zu Clustereigenschaften*

D. Maison
Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München

Eingegangen am 13. Mai 1968

Abstract. It is proved that in a unitary representation of the Poincaré- or Galileigroup the infinitesimal translations have a spectral measure without singular continuous part.

Zur Beschreibung physikalischer Streuprozesse in einer lokalen Quantentheorie spielen bekanntlich die räumlichen Clustereigenschaften der Erwartungswerte von Produkten lokaler Observabler eine wesentliche Rolle [1]. Doplicher et al. [2] haben gezeigt, daß für asymptotisch abelsche Systeme sich diese Clustereigenschaften aus der Annahme herleiten lassen, daß ein eindeutig bestimmter invarianter Zustandsvektor im Hilbertraum existiert (Vakuum). Eine lokale, relativistische Quantentheorie ist nun bezüglich raumartiger Translationen auf Grund der Lokalitätsbedingung schwach asymptotisch abelsch und besitzt somit räumliche Clustereigenschaften. Es erhebt sich die Frage, ob auch für zeitartige Translationen ähnliche Aussagen möglich sind. Diese Frage kann, wie der folgende Satz zeigt, für Poincaré- bzw. Galileiinvariante Theorien mit eindeutig bestimmtem Vakuum zumindest für spezielle Cluster bejaht werden, dabei spielt jedoch die lokale Struktur keine Rolle.

Satz 1. *Sei $g \to U_g$ eine unitäre Darstellung*[1] *der Poincaré-(Galilei-)gruppe $\mathcal{G}$ im separablen Hilbertraum $\mathcal{H}$, $\mathfrak{A}$ eine C^*-Algebra von linearen Operatoren in $\mathcal{H}$, so daß $\alpha_g(A) := U g A U_g^{-1}$ in $\mathfrak{A}$ liegt für alle $g \in \mathcal{G}$. Sei ferner E_0 die orthogonale Projektion auf den Teilraum der translationsinvarianten Vektoren in $\mathcal{H}$ und e ein beliebiger Einheitsvektor in E_4, dann gilt;*

$$\lim_{\lambda \to \infty} (\varphi, A\,\alpha_{\lambda e}(B)\,\varphi) = (\varphi, A E_0 B \varphi) \quad \text{für} \quad \varphi \in E_0 \mathcal{H}$$

und somit

$$\lim_{\lambda \to \infty} (\Omega, A\,\alpha_{\lambda e}(B)\Omega) = (\Omega, A\Omega)\,(\Omega, B\Omega)$$

falls Ω der einzige translationsinvariante Vektor in $\mathcal{H}$ ist.

---

* Nachdem das vorliegende Manuskript bereits im Druck war, fand der Autor eine Bemerkung von H. Araki (Progr. theor. Phys. **32**, 844 (1964)) mit derselben Aussage (ohne Beweis).

[1] Wir betrachten einfachheitshalber nur „physikalische" Darstellungen mit nichtnegativer Masse und diskretem Spin; der Satz gilt jedoch für alle unitären Darstellungen.