

Resonances dans l'Approximation de Born–Oppenheimer II – Largeur des Resonances

André Martinez

Université de Paris-Nord, Département de Mathématiques, Avenue J. B. Clément,
F-93430 Villetaneuse, France

Received February 19, 1990; in revised form July 3, 1990

Abstract. This paper is devoted to the Schrödinger operator $P = -h^2 \Delta_x - \Delta_y + V(x, y)$ on $R_x^n \times R_y^p$ in the Born–Oppenheimer limit $h \rightarrow 0$. We study the case where resonances appear due to a well of the second electronic level, so that there can exist transition points only in the complex domain. We then prove that the widths of these resonances are exponentially small as h tends to zero.

0. Introduction

On s'intéresse à nouveau ici à la situation déjà envisagée dans [Ma2], et dans laquelle apparaissent des résonances pour l'opérateur

$$P = -h^2 \Delta_x - \Delta_y + V(x, y) = -h^2 \Delta_x + Q(x),$$

$L^2(\mathbb{R}_x^n \times \mathbb{R}_y^p)$. Très brièvement, les résonances qui nous intéressent proviennent d'une localisation des noyaux due à l'existence d'un puits de potentiel pour le deuxième niveau électronique $\lambda_2(x)$ (i.e. la deuxième valeur propre de $Q(x)$). Le premier niveau électronique $\lambda_1(x)$ est supposé rester en-dessous de ce puits, et vérifier une hypothèse de viriel.

Sous une condition d'analyticité en x du potentiel V , on peut alors définir les résonances de P d'une manière analogue à celle de [Ag–Co] comme étant les valeurs propres d'un dilaté complexe (en x) P_θ de P . On a montré dans [Ma2] l'existence de résonances pour P près du niveau du fond du puits de $\lambda_2(x)$, ainsi que l'existence pour ces résonances de développements asymptotiques réels en puissances de $h^{1/2}$ lorsque h tend vers zéro. En particulier, la largeur de ces résonances est $O(h^\infty)$.

On se propose ici d'améliorer ce dernier résultat, en établissant que ces résonances ont en fait une partie imaginaire $O(e^{-c/h})$ avec $c > 0$. Il s'agit là d'un résultat bien connu des physiciens, mais dont à notre connaissance aucune preuve rigoureuse n'avait été donnée.