

## Sur une Valeur propre d'un Operateur

T. Ando<sup>1</sup> et Martin Zerner<sup>2</sup>

1 Division of Applied Mathematics, Research Institute of Applied Electricity, Hokkaido University, Sapporo 060, Japan

2 Département de Mathématiques, Université de Nice, F-06034 Nice Cedex, France

**Abstract.** The studied eigenvalue is the smallest one of the operator:

$$H_\mu = \mu A^* A + i\lambda A^*(A + A^*)A,$$

in the orthogonal complement of the vacuum where  $A^*$  and  $A$  are the creation and annihilation operators. Call this eigenvalue  $E(\mu)$  as attention is focused on the dependence on  $\mu$ . This eigenvalue exists and is a positive number for positive values of  $\mu$ . Using the fact that the inverse of  $H_\mu$  is a positive operator, it is proved that  $E$  extends to a positive, increasing, analytic function on the whole real line. In particular,  $E(0) \neq 0$ , contrary to what might have been expected from the fact that  $A^*(A + A^*)A$  is formally self-adjoint.

### 1. Position du problème et résultats

Les spécialistes de la physique des hautes énergies ont été amenés à utiliser l'opérateur:

$$H_{\lambda, \mu} = \mu A^* A + i\lambda A^*(A + A^*)A,$$

où  $A$  désigne l'opérateur d'annihilation et donc  $A^*$  le créateur, que son nom soit loué. (L'étoile désigne l'adjoint, une définition mathématique précise de ces opérateurs sera donnée un peu plus loin.)

Cet opérateur intervient comme hamiltonien de la mécanique quantique des reggeons. Dans cette théorie, c'est l'hamiltonien le plus simple qui puisse décrire un champ avec interaction et il est plausible qu'il décrit l'interaction dominante entre deux hadrons.

Dans ce qui précède, le mot «simple» ne s'applique qu'à l'expression algébrique de l'opérateur. Si on examine la famille un peu plus générale,

$$H_{\lambda, \mu, \nu} = \nu A^{*2} A^2 + \mu A^* A + i\lambda A^*(A + A^*)A,$$

on voit que pour  $\nu$  non nul il s'agit d'une perturbation compacte d'un opérateur défini positif possédant un inverse compact. On sait que cette circonstance peut faciliter grandement son étude. La situation est radicalement différente avec  $H_{\lambda, \mu}$ .