Commun. math. Phys. 33, 119—128 (1973)

Mesures d'équilibre sur un reseau

F. Ledrappier*
Laboratoire de Probabilités, Paris, France

Received March 15, 1973

Abstract. Some one-dimensional lattice systems with infinite range interactions define a Bernoulli shift.

1. Introduction et résultats

Soit Φ une fonction réelle sur les parties finies de Z^ν vérifiant les propriétés suivantes:

a) $\Phi(\emptyset)=0$,

b) $\Phi(X+a)=\Phi(X)$,

c) $\sum_{x\ni 0} |\Phi(X)| < +\infty$.

Une telle fonction est appelée une interaction et peut représenter un système de mécanique statistique (cf. [4]). L'ensemble de ces interactions forme un Banach pour la norme $\|\Phi\|$ définie par c). On pose $U(X)=\sum_{Y\subset X}\Phi(X)$, pour X partie finie de Z^ν. On a $U(X)\leqq N(X)\,\|\Phi\|$, où $N(X)$ désigne le cardinal de X. Soit K l'espace produit $\{0,1\}^{Z^\nu}$ muni de la σ-algèbre $\mathscr{A}$ engendrée par les applications coordonnées. Pour toute partie Δ de Z^ν, on notera P_Δ la σ-algèbre engendrée par les applications coordonnées qui sont dans Δ. Soit G le groupe d'applications bimesurables de K sur lui-même définies par les translations des coordonnées.

Pour tout cylindre fini ou infini A, $A=\{x, x=x_i, i\in Z^\nu, x\in K, x_i=0\ i\in\Delta_0, x_i=1\ i\in\Delta_1\}$ on note $\hat{A}$ la partie Δ_1 de Z^ν.

Une probabilité μ sur K est dite une mesure d'équilibre pour l'interaction Φ si on a la relation suivante: pour toute partie finie Δ de Z^ν, pour tout atome α de P_Δ, $E_\mu^{P_{\Delta^c}}(1_\alpha)(y)=f(\alpha,y)\,E_\mu^{P_{\Delta^c}}(1_{\alpha_0})(y)$ pour μ-presque tout $\tilde{y}$ appartenant à (K,P_{Δ^c}), où $\alpha_0=\{\omega;\omega\in K,\omega_j=0\ \forall j\in\Delta\}$, $f(\alpha,y)=\exp(-U(\hat{\alpha})-W(\hat{\alpha},\hat{y}))$ avec pour X_1,X_2 dans Z, $W(X_1,X_2)=\sum_{\substack{Y\subset X_1\cup X_2\\ Y\cap X_i\neq\emptyset}}\Phi(Y)$.

Nous allons d'abord donner les propriétés qui résultent de cette définition, en particulier dans le cas où il n'existe qu'une seule mesure d'équilibre.

* Equipe de Recherche n° 1 «Processus stochastiques et applications» dépendant de la Section n° 1 «Mathématiques, Informatique» associée au C.N.R.S.