Commun. math. Phys. 20, 111—122 (1971)

Ein Existenzbeweis für Lösungen des klassischen Zweielektronenproblems

R. Flume

II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg

Eingegangen am 8. Mai 1970

Abstract. A method due to Hale and Stokes [3] proving the existence of solutions of the classical relativistic equation of motion of an electron in a given electromagnetic field is extended to the two-electron problem. A lower bound of the impact parameter assures the applicability of the method.

Einleitung

Klassische Bewegungsgleichungen für ein System punktförmiger geladener Teilchen sind zuerst von Dirac [1] angegeben worden. Speziell für das Zweielektronenproblem lauten diese Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_a^\mu &= eF_{r,b}^{\mu\nu}\dot{x}_{\nu,a} + \tfrac{2}{3}e^2(\dddot{x}_a^\mu - (\ddot{x})^2\,\dot{x}_a^\mu) \\ m\ddot{x}_b^\mu &= \cdots\ . \end{aligned} \tag{1}$$

Die Teilchen werden durch die Indizes a, b gekennzeichnet. Punkte bedeuten Ableitungen nach der Eigenzeit. Die Metrik ist festgelegt auf $\dot{x}^\mu\dot{x}_\mu = -1$; $(\ddot{x})^2 = \ddot{x}^\mu\ddot{x}_\mu$; es ist $c \equiv 1$ gesetzt.

e und m sind die Elektronenladung bzw. -masse. $F_{r,b}^{\mu\nu}$ ist das aus den Liénard-Wichertschen Potentialen abgeleitete, vom Teilchen b erzeugte retardierte Feld. Um die für die Bewegungsgleichungen möglicherweise vorhandenen sog. run-away-Lösungen, d. h. Lösungen, die keine Grenzwerte für die Impulse der auslaufenden Teilchen liefern, auszuschließen, werden die folgenden asymptotischen Bedingungen an die Lösungen $x_{a,b}^\mu(\tau)$ gestellt:

$$\begin{aligned} &\ddot{x}^\mu(\tau) \to 0 \\ &\quad |\tau| \to 0\,, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}^\mu &\to \dot{x}_{\text{in}}^\mu, & \dot{x}^\mu &\to \dot{x}_{\text{out}}^\mu \\ \tau &\to -\infty & \tau &\to \infty\,. \end{aligned} \tag{3}$$

Auf Grund dieser asymptotischen Bedingungen können die Bewegungsgleichungen mit Hilfe des integrierenden Faktors $\exp(-\tau/\tau_0)$ in Integro-