Commun. math. Phys. 19, 289–300 (1970)

Über Superpropagatoren

M. KAROWSKI
II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg

Eingegangen am 14. August 1970

Abstract. Some mathematical properties of superpropagators for any mass in field-theories with exponential coupling are investigated. The principle of minimal singularity is discussed.

1. Einleitung

Feldtheorien mit nichtpolynomialen Lagrange-Dichten, die natürlich nichtrenormierbar sind, können mit Hilfe sog. Superpropagatoren behandelt werden. Sie entstehen durch formale Teilsummationen in der Störungsreihe und sind verschiedene Funktionen des freien Propagators. Eines der Hauptprobleme ist die Regularisierung und die eindeutige Definition dieser Distributionen [1]. In dieser Arbeit werden einige mathematische Eigenschaften von speziellen Superpropagatoren für den Fall beliebiger Masse untersucht [2].

In Abschnitt 2.1 werden Potenzen des freien Propagators (für $m \neq 0$) betrachtet. Es wird gezeigt, daß Δ_F^u für $\operatorname{Re} u > 0$ eine meromorphe Funktion in u ist mit Polen der Ordnung $k+1$ bei $u = k+2$ $(k = 0, 1, \ldots)$. In 2.2 wird $iE_F(\lambda) = \exp(-(2\pi)^2 \lambda i \Delta_F) - 1$ definiert, zunächst für λ positiv imaginär und dann durch analytische Fortsetzung für alle λ in der entlang der negativen reellen Achse aufgeschnittenen Ebene. Das asymptotische Verhalten dieser Distributionen im Impulsraum wird in Teil 3. untersucht. Es zeigt sich, daß $\tilde{E}_F(\lambda, p)$ für positive λ mit $p^2 \to -\infty$ exponentiell abfällt. Daher ist $E_F(\lambda, x)$ nach Verschmierung über die Zeit eine C^∞-Funktion in den räumlichen Koordinaten, d. h. bei $x = 0$ ist $E_F(\lambda, x)$ in gewisser Weise minimal singulär. Wenn man für negative λ $E_F(\lambda)$ durch $1/2(E_F(-|\lambda| + i\varepsilon) + E_F(-|\lambda| - i\varepsilon))$ definiert, fällt $\operatorname{Re} \tilde{E}_F(\lambda, p) = 1/2 \tilde{\bar{E}}(\lambda, p)$ mit $p^2 \to +\infty$ exponentiell ab. $\bar{E}(\lambda, x)$ ist daher nach Verschmierung über den Raum eine C^∞-Funktion in der Zeit und ist bei $x = 0$ in ähnlicher Weise minimal singulär wie E_F für $\lambda > 0$. Stellt man diese Eigenschaften der minimalen Singularität bei $x = 0$ als Bedingung an die Superpropagatoren, so beseitigt man die unendliche Vieldeutigkeit bei nichtrenormierbaren Theorien [3].