

Algebraisch spezielle Einstein-Räume mit einer Bewegungsgruppe

D. KRAMER und G. NEUGEBAUER
Theoretisch-Physikalisches Institut
der Friedrich-Schiller-Universität Jena

Eingegangen am 15. September 1967

Abstract. In algebraically special Einstein spaces ($R_{\mu\nu} = 0$) with a hypersurface-orthogonal spacelike Killing vector field ξ_ν , the trajectories of the multiple eigen null directions k_μ lie — except one case — in the subspaces V_3 orthogonal to ξ_ν ($k_\mu \xi^\mu = 0$) and are hypersurface-orthogonal. The solutions with vanishing expansion ($k_{,\mu}{}^\mu = 0$, Kundt's class) can be determined explicitly.

In algebraisch speziellen Einsteinräumen ($R_{\mu\nu} = 0$) mit einem hyperflächennormalen raumartigen Killingvektorfeld ξ_ν liegen — mit Ausnahme eines Falles — die Trajektorien der mehrfachen Null-Eigenrichtung k_μ in den zu ξ_ν senkrechten Raumschnitten ($k_\mu \xi^\mu = 0$) und sind hyperflächennormal. Die Lösungen mit verschwindender Divergenz ($k_{,\mu}{}^\mu = 0$, Kundtsche Klasse) können explizit bestimmt werden.

1. Einleitung

Das Ziel der Arbeit besteht in der möglichst expliziten Ermittlung aller entarteten Vakuumlösungen ($R_{\mu\nu} = 0$) mit einem hyperflächennormalen, raumartigen Killingvektor ξ_ν .

Das Linienelement kann auf die Form¹

$$ds^2 = V^2(dx^3)^2 + g_{ij}(x^k) dx^i dx^j, \quad V = V(x^i), \quad \xi^\mu = \delta_3^\mu \quad (1)$$

gebracht werden; es gelten dann die Reduktionsformeln

$$\begin{aligned} R_{(4)3ij} &= 0, & R_{(4)ij3} &= -R_{ij} = \frac{V_{,i;j}}{V}, & R_i^i &= 0, \\ R_{(4)ijkl} &= R_{ijkl} = -\varepsilon_{ijr} R^{rs} \varepsilon_{skl}. \end{aligned} \quad (2)$$

Durch den Killingvektor ξ_ν sind Unterräume V_3 mit der Signatur $(- + +)$ ausgezeichnet.

¹ Lateinische Indizes: 0 . . . 2; Griechische Indizes: 0 . . . 3.