

Das allgemeine Exponential-Verbundgraphentheorem

PAUL ZIESCHE

Abteilung für Theoretische Physik
Pädagogisches Institut Dresden

Eingegangen am 1. Februar 1967

Abstract. General theorems concerning reordering of products of exponential functionals are formulated and proved. Their applicability in different fields of many particle theory is mentioned.

Einleitung

In der Vielteilchentheorie kommt bei der (störungstheoretischen) Behandlung der Teilchenwechselwirkung wiederholt die rein mathematische Aufgabe vor, in Ausdrücken vom Typ

$$e^{g\left(\frac{\delta}{\delta\varphi}\right)} e^{f(\varphi)}, \quad e^{g\left(\frac{\delta}{\delta\psi}, \frac{\delta}{\delta\bar{\psi}}\right)} e^{f(\bar{\psi}, \psi)}, \quad e^{g\left(\frac{\delta}{\delta\psi}, \frac{\delta}{\delta\bar{\varphi}}, \frac{\delta}{\delta\bar{\psi}}\right)} e^{f(\bar{\psi}, \varphi, \psi)}$$

die Differentionen auszuführen, d. h. die Differentialoperatoren nach rechts zu tauschen. Erstmals traten solche Aufgaben bei der Entwicklung relativistischer Quantenfeldtheorien im Zusammenhang mit dem von HORI, ANDERSON und MATSUBARA kompakt formulierten Wickschen Theorem [1—5] auf, später auch bei der formalen Lösung von Funktionaldifferentialgleichungen für die zuerst von BOGOLJUBOW und SCHWINGER [6—8] eingeführten erzeugenden Funktionale [9—14]. Mit der Übertragung quantenfeldtheoretischer Methoden auf nicht-relativistische Vielteilchensysteme sowie auf Probleme der quantenmechanischen und klassischen¹ Gleichgewichts- und Nichtgleichgewichts²-Statistik wurden auch in diesen Gebieten Spezialfälle der genannten Aufgaben immer wieder behandelt. Jedesmal traten als Ergebnis sog. Verbundgraphentheoreme auf, nach denen sich die aus den Bauelementen von $g(\dots)$ bzw. $f(\dots)$ aufgebauten, aber nicht faktorisierten Terme

¹ In der klassischen Gleichgewichts-Statistik wird dies durch Anwendung und Ausbau des zuerst von SCHÖNBERG entwickelten klassischen Besetzungszahl-Formalismus ermöglicht [15, 16].

² In der quantenmechanischen und klassischen Nichtgleichgewichts-Statistik wird dies durch Überführung der von-Neumann- bzw. Liouville-Gleichung in die Bewegungsgleichungen für die erzeugenden Funktionale der reduzierten Dichtematrizen bzw. Verteilungsfunktionen erreicht [17—19].