

Produits tensoriels continus d'espaces et d'algèbres de Banach

A. GUICHARDET

Université de Poitiers, Faculté des Sciences

Reçu le 1er Mars, 1967

Abstract. The notion of tensor product of a family $(A_i)_{i \in I}$ of Banach algebras is generalized to the case when I is a topological space; in this case $\hat{\otimes} A_i$ is generated by some elements $\otimes x_i$, the family (x_i) being subjected to certain conditions: for instance the function $i \rightarrow \|x_i\|$ must be continuous. This notion is applied to Quantum Field Theory in the following sense: certain algebras of observables can be considered as continuous tensor products of simpler ones, namely of algebras of observables with one degree of freedom.

Table des matières

§ 1. Rappels sur les produits tensoriels finis d'espaces de Banach	263
§ 2. Produits tensoriels infinis d'espaces de Banach	264
§ 3. Produits tensoriels infinis d'algèbres de Banach unitaires	266
§ 4. Produits continus de nombres complexes	267
§ 5. Définition des produits tensoriels continus d'espaces de Banach	268
§ 6. Associativité du produit tensoriel continu.	271
§ 7. Produits tensoriels continus d'applications linéaires continues	275
§ 8. Produits tensoriels continus d'espaces L^1	278
§ 9. Produit tensoriel inductif d'une famille continue constante d'espaces de Banach	280
§ 10. Produits tensoriels continus d'algèbres de Banach unitaires	281
§ 11. Produits tensoriels continus de certaines familles d'espaces hilbertiens	283
§ 12. Produits tensoriels continus de C^* -algèbres; applications à la théorie quantique des champs	284
Bibliographie	287

Introduction

De même que le produit tensoriel $E_1 \hat{\otimes} E_2$ de deux espaces de Banach est engendré par certains éléments $x_1 \otimes x_2$, le produit tensoriel d'une «famille continue» d'espaces de Banach $(E_i)_{i \in I}$ est engendré par certains éléments notés $\otimes x_i$; mais ici la famille (x_i) n'est pas un élément quelconque de $\prod E_i$, elle est soumise à certaines conditions dites de «continuité», autrement dit elle doit appartenir à un certain sous-ensemble I' de $\prod E_i$ qu'on définit axiomatiquement (§ 5), d'une façon assez analogue à ce qui se fait pour définir les champs mesurables et surtout les champs