

Etude des Equations des Fluides Chargés Relativistes Inductifs et Conducteurs

YVONNE BRUHAT

Institut H. Poincaré, 11 Rue P. Curie, Paris

Reçu le 28 Février 1966

Abstract. In the first part a system of equations for an inductive charged relativistic fluid with finite conductivity is written in a space time with given metric, taking into account thermodynamic phenomena. Speeds of propagation of various types of waves are determined under a restrictive hypothesis concerning the heat current q : that q depends only on the thermodynamical quantities and the gradient of one function of these quantities.

In the second part it is shown, by a detailed study of the characteristic polynomial and of its irreducible factors, that, when q is negligible, the proposed system is non-strictly hyperbolic in the sense of J. LERAY and Y. OHYA and existence and uniqueness theorems of a certain Gevrey class are verified; the relativistic causality principle is satisfied under some physically reasonable assumptions on the thermodynamical quantities. The system becomes strictly hyperbolic (existence and uniqueness theorems obtain in classes of functions with a finite number of derivatives) when the fluid is both non inductive and of zero electrical conductivity.

In the third part we show briefly, by the methods of the second part, that the equations of relativistic fluids, with an infinite electrical conductivity is also non-strictly hyperbolic. The linearized equations (in the neighborhood of constant values) are strictly hyperbolic.

Introduction

Il est difficile d'écrire les équations des fluides chargés inductifs en Relativité Générale: le tenseur de Maxwell pour de tels fluides, tel qu'il nous est fourni par la théorie classique, est en effet non symétrique et ne peut donc pas être ajouté tel quel au deuxième membre des équations d'Einstein. De nombreuses tentatives ont été faites pour symétriser ce tenseur (voir par exemple [1], [2], [3]) et interpréter le terme ainsi ajouté comme interaction entre l'impulsion énergie matérielle et le champ électromagnétique: l'addition de tels termes modifie évidemment les équations du mouvement¹ et conduit, pour les divers essais qui ont été faits, à des résultats assez peu satisfaisants: d'une part les équations obtenues ont un aspect mathématique compliqué, le polynôme carac-

¹ Contrairement à l'opinion parfois énoncée qu'il suffit, pour ne pas les modifier, de prendre le terme complémentaire à divergence nulle: une telle condition est elle-même, ici, une restriction sur les grandeurs à déterminer.