

Mathematisches zur Theorie der Linienbreite

MARIANNE FRIEDRICH

Universität Zürich

Eingegangen am 26. Januar 1966

Abstract. In the present paper we consider the emission of light quanta by an atom using the methods of non-relativistic quantum theory. The differential equations occurring there are solved using a Laplace transformation. By means of an analytic continuation and a displacement of the integration path we get exact solutions whose approximations lead to the usual formulae for the intensity distribution and for the natural line width.

§ 1. Einleitung

Nach den Erkenntnissen der Elektrodynamik sendet ein angeregtes Atomelektron Licht aus. Die Lichtwellen sind gedämpft und nicht monochromatisch. Sie können aber als Superposition von periodischen Wellen aufgefaßt werden. Die Intensität der Partialwellen mit der Frequenz ν beträgt näherungsweise ([1], S. 33)

$$I(\nu) = I_0 \frac{\gamma/2\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + \gamma^2/4} . \quad (1.1)$$

Hierbei ist ν_0 die ungestörte Schwingungsfrequenz und γ die Dämpfungskonstante. Die Konstante I_0 ist so gewählt, daß sie gleich der gesamten Intensität $\int I(\nu) d\nu$ ist.

Die Lichtemission eines angeregten Atoms wurde zuerst von WEISSKOPF und WIGNER ([2], S. 54) untersucht, welche die Formel (1.1) theoretisch begründet haben, wobei die auftretenden Differentialgleichungen durch einen Ansatz näherungsweise gelöst wurden. HEITLER und MA [3] gaben eine exakte Lösung mit Hilfe einer Fourier-Transformation. Diese Methode wurde von ARNOUS und HEITLER [4], [5] in eine allgemeine Theorie über die Linienbreite eingebaut. Dabei stellte es sich heraus, daß die Größe γ nicht konstant, sondern eine Funktion der Frequenz ist.

Eine weitere wichtige Arbeit ist der Artikel von KÄLLÉN [6] über die natürliche Linienbreite. Hier werden die Differentialgleichungen nicht durch einen Ansatz gelöst, sondern mit Hilfe der Laplacetransformation in eine einfachere Form übergeführt. In der vorliegenden Arbeit soll die Methode von KÄLLÉN modifiziert werden. Durch analytische Fort-