Commun. math. Phys. 2, 176—214 (1966)

Über die Einteilchensingularitäten in Relativistischen Quantenfeldtheorien

A. H. VÖLKEL
II. Institut für Theoretische Physik — Universität Hamburg

Eingegangen am 10. Dezember 1965

Abstract. By subtraction of products of three-point functions the four-point functions in relativistic quantum field theory are decomposed into two parts, in one of which there does not occur any mass-shell-singularity in the variables $k_\alpha + k_\beta$ ($\alpha \neq \beta; 1 \leqq \alpha, \beta \leqq 4$). All these singularities are given explicitly by the kernels of the products of the three-point functions. — Necessary and sufficient conditions for the non-triviality of unitary S-matrices or some of their elements are proved in terms of statements on the occurence of mass-shell-singularities in the vacuum expectation values of field operators. The strongest result we have gained is: If $\delta\left(\left(\sum_{j=2}^{N-2} k_j\right)^2 - m^2\right)\left[\left(\sum_{j=2}^{N-2} k_j\right)^2 - m^2\right] \cdot \langle 0| \prod_{j=1}^{N} \tilde{A}(k_j)|0\rangle$ is equal to zero for some $N > 3$, then all transition amplitudes $T_{2\to n}$ vanish for every n.

I. Problemstellung

Wir betrachten eine skalare Feldtheorie, die durch eine operatorwertige Distribution $A[f] = \int A(x) f(x)\, dx$ in einem Hilbertraum $\mathfrak{H}$ beschrieben wird. Die Operatoren $A[f]$ sind unbeschränkt mit einem in $\mathfrak{H}$ dichten Definitionsbereich $D[A]$. $f(x)$ soll ein Element aus einem geeigneten Testfunktionenraum, z. B. $\mathfrak{S}_{4n}$ sein; (d. h. $f(x)$ ist eine C^∞-Funktion über dem reellen Minkowski-Raum, die im Unendlichen stärker als jede reziproke Potenz abfällt). Wir werden im folgenden an Stelle der Distribution $A[f]$ immer den Begriff der ,,verallgemeinerten Funktion $A(x)$" benutzen. Alle über dem reellen Minkowski-Raum auftretenden Funktionen sind dabei als Distributionen über $\mathfrak{S}_{4n}$ aufzufassen [1], [2], [3], [4].

Das Feld $A(x)$ soll die folgenden Eigenschaften haben [4], [5], [8]:

(AI) *Invarianz unter der Poincaré-Gruppe* $iLg_+^\uparrow$

(AII) *Spektrumbedingung*

(AIII) *Lokalität*

(AIV) *Vollständigkeit*

Bezeichnen wir die Bereiche $p^2 > b^2 \pm p^{(0)} > 0$ des Minkowski-Raumes mit $V_\pm^b$ und ihren Abschluß mit $\overline{V_\pm^b}$, so bedeutet die Spektrumsbedingung, daß die Spektralzerlegung des Translationsoperators $T(a)$

$$T(a) = \int e^{ipa}\, dE(p) \quad pa = p^{(0)} a^{(0)} - \mathbf{p}\mathbf{a} \tag{1}$$