

Etude mathématique des fluides thermodynamiques relativistes

ANDRÉ LICHTNEROWICZ

Collège de France, Paris (France)

Reçu le 15 août 1965

Abstract. The purpose of this paper is to prove existence and uniqueness theorems for the Cauchy problem of relativistic hydrodynamics, in the case of a thermodynamical perfect fluid corresponding to the assumptions of A. H. TAUB [10]. We discuss also the case of a charged fluid, with zero conductivity, in an electromagnetic field. We consider elsewhere [7] the case of the relativistic perfect magneto-hydrodynamics (infinite conductivity). The main tool used here is LERAY's theorem for strictly hyperbolic systems and we show by two different methods that it is possible to deduce, from the system of the field equations, a Leray system. In one of the methods, the vorticity tensor occurs and the relativistic Helmholtz equations are deduced for both the charged and uncharged fluids.

Introduction

Le but du présent mémoire est d'établir des théorèmes *locaux* d'existence et d'unicité physique, pour le problème de Cauchy relatif aux équations d'un *fluide parfait thermodynamique relativiste*. Les énoncés correspondants ont été signalés ailleurs [7]. Le cadre adopté est celui de la relativité générale et les équations d'Einstein figurent dans le système d'équations considéré — mais il est aisé d'en faire abstraction. Le même problème avait été traité par Madame CHOQUET-BRUHAT [3] pour un fluide isentropique. Le fluide thermodynamique envisagé ici est sans courant de chaleur et schématisé selon l'excellent point de vue de A. H. TAUB [8, 10]. La densité de matière propre est supposée conservative, ou — ce qui est équivalent — le mouvement adiabatique.

La théorie est développée en prenant pour variables thermodynamiques ce que je nomme *l'indice f* du fluide (équivalent à l'enthalpie spécifique) et son entropie spécifique S . Deux cas sont effectivement traités, celui du mouvement *en l'absence de tout champ électromagnétique* et celui du mouvement d'un fluide thermodynamique chargé de *conductivité nulle, en présence d'un champ électromagnétique*. Nous avons envisagé ailleurs [7] le cas de la magnétohydrodynamique relativiste (conductivité infinie), cas qui ne conduit pas à un système strictement hyperbolique. La démonstration donnée par Madame CHOQUET-BRUHAT