By (1) and the lemma, $\|Tx_n\| \leqq \lambda$, $(n=1, 2, \cdots)$, so that $\|y\| \leqq \lambda$. It therefore follows from (2) that

$$\lim_{n\to\infty} \|Tx_n - \lambda x_n\|^2 = 0. \tag{3}$$

Now $Tx_n \to y$; hence by (3), $\lambda x_n \to y$. Since $\lambda \neq 0$ and T is continuous, it follows that $Tx_n \to Ty/\lambda$, so that $Ty = \lambda y$. Finally, by (2) and (3), $\|y\| = \lambda \neq 0$, and the theorem is therefore proved.

INSTITUTE FOR ADVANCED STUDY

UN PROBLÈME DE LA THÉORIE DES NOMBRES RATTACHÉ AUX POLYNÔMES DE TSCHEBYCHEFF

ERVIN FELDHEIM

Considérons *le polynôme de Tschebycheff particulier*

$$B_n(x) = \frac{[x + (x^2+4)^{1/2}]^{n+1} - [x - (x^2+4)^{1/2}]^{n+1}}{2^{n+1}(x^2+4)^{1/2}}, \tag{1}$$

$$n = -1, 0, 1, 2, \cdots.$$

Si l'on donne à la variable x la valeur $x=2$, ce polynôme prend, comme il est très facile de le vérifier, *des valeurs entières*, et la suite de ces nombres entiers possède des propriétés intéressantes que nous nous proposons de démontrer dans cette note.

Nous déduirons d'abord quelques relations valables pour les polynômes $B_n(x)$; la propriété des nombres mentionnés tout à l'heure que nous voulons établir s'en résultera facilement. Nous écrivons, pour simplifier, B_n au lieu de $B_n(x)$, de sorte que B_n désigne toujours un polynôme et non pas un nombre; pour $x=2$ nous introduirons une nouvelle notation.

La relation principale qui nous servira est bien connue, et se démontre d'ailleurs facilement en partant de (1). C'est la relation

$$B_{n+m} = B_n B_m + B_{n-1} B_{m-1}, \qquad n, m = 0, 1, 2, \cdots. \tag{2}$$

En tenant compte des valeurs initiales du polynôme B_n, calculées au moyen de (1),

$$B_{-1} = 0, \qquad B_0 = 1, \qquad B_1 = x, \qquad B_2 = x^2 + 1,$$

on déduit de (2) une série de relations utiles. On a d'abord