

VARIETES DE TYPE SURJECTIF ET VARIETES PARTIELLEMENT PARALLELISABLES

PAUL GAUDUCHON

INTRODUCTION

Au paragraphe 13 de [7], A. Lichnerowicz démontre qu'une "variété kählérienne compacte à première classe de chern non-négative est fibrée analytiquement au-dessus de sa variété d'Albanese."

Un des buts du présent article est d'étendre ce résultat en supprimant l'hypothèse kählérienne. Plus précisément, nous attachons à une variété hermitienne compacte (M, g) sa connexion canonique ou connexion de chern, à partir de laquelle est construite le tenseur de Ricci hermitien. Ceci étant posé, l'extension proposée est possible (*Théorème de fibration* du § 6) au prix des pertes suivantes :

(a) Le groupe structural de la fibration analytique ne peut plus, en général, être réduit à un sous-groupe discret de la composante connexe de l'identité du groupe des automorphismes analytiques de M .

(b) L'hypothèse: "à première classe de chern non-négative" doit être remplacée par celle-ci: "la variété admet une métrique hermitienne à tenseur de Ricci hermitien non-négatif". Si (M, g) est kählérienne, le tenseur de Ricci hermitien coïncide avec le tenseur de Ricci usuel (riemannien); la seconde hypothèse dans ce cas implique la première, mais l'inverse n'est pas vrai car un représentant de la première classe de chern peut être non-négatif qui n'est le tenseur de Ricci d'aucune métrique hermitienne sur M .

Ainsi, sur ces deux points, la situation kählérienne reste plus riche que le cas hermitien général.

Par ailleurs, les variétés hermitiennes (compactes) à tenseur de Ricci non-négatif appartiennent à une famille de variétés plus vaste pour lesquelles le *théorème de fibration analytique* reste vrai; c'est d'ailleurs dans ce cadre que nous le démontrerons au § 6. Ces variétés que nous appellerons *variétés de type surjectif*, comptent dans leur rang, outre celles que nous avons déjà mentionnées, les variétés complexes compactes homogènes.

A leur tour, les variétés de type surjectif entrent dans le cadre plus vaste des *variétés partiellement parallélisables*, qui sont des variétés M dont le fibré tangent holomorphe est partiellement trivialisé par des champs de vecteurs à dérivée covariante nulle pour une certaine structure hermitienne sur M ; la