J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
1 (1967) 195–224

VARIÉTÉS KÄHLERIENNES ET PREMIÈRE CLASSE DE CHERN

ANDRÉ LICHNEROWICZ

Introduction

Dans deux intéressants articles [3], [4], S. Kobayashi a étudié les variétés kählériennes compactes W_n admettant une première classe de Chern définie positive ou définie négative. Le but du présent article est d'obtenir certaines propriétés *des tenseurs holomorphes* de W_n (contravariants ou covariants) sous des hypothèses plus faibles concernant $c_1(W_n)$ (*caractère non positif ou non négatif*). On en déduit en particulier des propriétés du plus grand groupe connexe de transformations holomorphes de W_n (voir [9]).

Les principaux résultats sont énoncés dans les théorèmes 1 et 2 (§11 et 12) et constituent, en un certain sens, une extension de résultats de Nakano, Kobayashi et Kodaira.

Les lemmes 1, 2 et 3 donnent les principaux instruments permettant d'établir ces théorèmes qui font intervenir aussi la proposition 2 du §10. Celle-ci fournit une condition nécessaire et suffisante commode, en termes d'opérateurs introduits par Kodaira, pour qu'un tenseur antisymétrique (contravariant) soit holomorphe. Certains des résultats ont été énoncés dans [10].

Dans un but de simplicité, on a regroupé dans les §1 à 3 certaines des notations et des formules utilisées.

1. Variété complexes

a) W_n étant une variété différentiable connexe, paracompacte, de dimension réelle $2n$, supposons qu'elle admette une *structure analytique complexe*. Un système de coordonnées locales complexes est défini dans un domaine U de W_n par:

$$\phi_U : z \in U \to \{z^\alpha\} \in C^n \qquad (\alpha = 1, \cdots, n) .$$

Nous posons $z^{\bar\alpha} = \bar{z}^\alpha$ ($\bar\alpha = n+1, \cdots, 2n$) et désignons par $\{z^k\}$ ($k = 1, \cdots, 2n$) l'ensemble des $2n$ nombres complexes $\{z^\alpha, z^{\bar\alpha}\}$. Dans l'intersection $U \cap V$ des domaines de deux systèmes de coordonnées complexes, les coordonnées complexes $\{z^\alpha\}$ de z considéré comme appartenant à U, sont des fonctions

Communicated July 24, 1967.