J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
2 (1968) 33-40

SUR L'ESPACE DE PROLONGEMENT DIFFÉRENTIABLE

NGÔ VAN QUÊ

Si V est une variété (différentiable C^∞), nous désignerons par $\mathcal{O}$ son faisceau structural de fonctions et par T son fibré tangent. Dans la suite nous supposerons connue la notion de groupoide de Lie dont V est l'espace des unités et d'espace fibré associé [1], [4]. Le but de ce travail est de démontrer que tout espace fibré vectoriel (différentiable) de prolongement d'une variété V est, du moins lorsque V est compact, un espace de prolongement infinitésimal d'un certain ordre k au sens de C. Ehresmann, i.e. associé au groupoide de Lie Π^k des jets d'ordre k des difféomorphismes locaux de V. Ce résultat est essentiellement basé sur le théorème de J. Peetre [5], qui donne la caractérisation des opérateurs différentiels linéaires.

Je suis heureux de reconnaitre que dans ce travail je dois beaucoup à une discussion détaillée avec les professeurs M. Kuranishi et D. C. Spencer.

1. Le faisceau de R-algèbre de Lie d'un groupoide de Lie

Soit Φ un groupoide de Lie dont V est l'espace des unités. Pour tout point x de V, Φ_x est l'ensemble des éléments de Φ de source x. Rappelons que Φ_x est un espace fibré principal sur V à groupe structural de Lie, le groupe d'isotropie G_x en x de Φ. Et nous avons la suite exacte d'Atiyah de fibrés vectoriels sur V

$$0 \longrightarrow I(\Phi) \longrightarrow A(\Phi_x) \xrightarrow{b} T \longrightarrow 0 ,$$

où $I(\Phi)$ est le fibré en algèbres de Lie d'isotropie de Φ et $A(\Phi_x)$ est le fibré vectoriel dont le faisceau des sections $\underline{A(\Phi_x)}$ est le faisceau défini sur V des champs de vecteurs de Φ_x invariants par l'action à droite du groupe structural G_x. Il est immédiat de constater que le crochet des champs de vecteurs définit canoniquement sur le faisceau $\underline{A(\Phi_x)}$ une structure de faisceau de R-algèbre de Lie telle que la suite exacte d'Atiyah définisse, si nous en considérons les faisceaux de sections, une suite exacte de faisceaux de R-algèbre de Lie, le faisceau $\underline{T}$ étant muni du crochet des champs de vecteurs. Comme le fibré $A(\Phi_x)$ est en fait défini indépendamment du choix du point de base x (i.e. pour tout autre point y de V, il existe un isomorphisme canonique de fibrés

Communicated by A. Lichnerowicz, September 20, 1967. This work was supported by NSF grant GP-5855.