J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
48 (1998) 323-405

MÉTRIQUES SUR LES POLYÈDRES HYPERBOLIQUES CONVEXES

JEAN-MARC SCHLENKER

Résumé

En utilisant la "métrique de Hilbert", on met une distance (complexe) naturelle sur l' "extérieur" de l'espace hyperbolique, ainsi qu'entre un point de H^n et un point "extérieur". L'espace obtenu a une notion naturelle de polyèdres; on décrit les "métriques" induites sur les polyèdres convexes en dimension 3. Ceci étend des résultats d'Alexandrov, Andreev et Rivin concernant les métriques induites et les métriques duales sur les polyèdres hyperboliques convexes. Divers résultats intermédiaires — rigidité de polyèdres convexes, description de dégénéréscences — s'étendent en dimension supérieure ou à d'autres situations analogues.

Abstract

Using the "Hilbert metric", we define a (complex) distance on the "exterior" of the hyperbolic space, as well as between a point in H^n and an "exterior" point. The resulting space has a natural notion of polyhedra; we describe the metrics induced on the convex polyhedra in dimension 3. This extends results of Alexandrov, Andreev and Rivin concerning the induced and the dual metrics on convex hyperbolic polyhedra. Several lemmas — rigidity of convex polyhedra, description of degenerations — extend to higher dimensions or to analoguous situations.

1. Introduction

Soit C un ouvert strictement convexe de $\mathbb{R}^n$. La métrique de Hilbert de C est une distance définie sur C de la façon suivante: pour $x, y \in C$ distincts, il existe une unique droite $\Delta(x, y)$ de $\mathbb{R}^n$ passant par x et y. Cette droite rencontre ∂C en deux points a, b; on note alors ab, ax, etc, les distances orientées sur $\Delta(x, y)$ entre les points a et b, a et x, etc, et

Received April 7,1997.