J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
35 (1992) 609-626

MÉTRIQUES PRESCRITES SUR LE BORD DES VARIÉTÉS HYPERBOLIQUES DE DIMENSION 3

FRANÇOIS LABOURIE

Une 3-variété hyperbolique compacte M à bord ∂M est dite strictement convexe si deux points quelconques de M peuvent être joints par une géodésique minimisante incluse dans l'intérieur de M. Cette condition entraîne que la coubure intrinsèque de ∂M est supérieure à -1 (ici hyperbolique signifie courbure constante -1).

Let but de cet article est de démontrer que toutes le métriques sur ∂M à courbure supérieure à -1 sont obtenues ainsi. Plus précisément, nous avons le

Théorème 1. *Soit M une variété compacte à bord (différente du tore plein) et qui admette une structure de variété hyperbolique strictement convexe. Soit g une métrique sur ∂M à courbure strictement plus grande que -1, il existe alors une métrique hyperbolique convexe h sur M qui induise g sur ∂M:*

$$h_{|\partial M} = g.$$

Le case du tore plein doit être obtenu par d'autres techniques que celles contenues dans cet article.

Ce résultat peut être conçu comme la généralisation de deux théorèmes classiques. Le premier est du à Alexandrov-Pogorelov [9].

Théorème (Alexandrov-Pogorelov). *Soit g une métrique sur la sphère S^2 à courbure strictement supérieure à -1, il existe alors une immersion isométrique de (S^2, g) dans H^3, unique aux isométries de H^3 près. De plus, cette immersion borde un convexe de H^3.*

Ce théorème correspond donc au cas où M est la boule B^3. Le deuxième théorème, que nous utiliserons dans la démonstration, est le théorème d'uniformisation de Bers qui permet de reconstruire une métrique hyperbolique sur $\mathrm{int}(M)$ à l'aide d'une structure complexe sur ∂M (§2.2).

Received January 3, 1991.