J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
32 (1990) 415-428

# LINÉARISATION DE CERTAINES STRUCTURES DE POISSON

J. P. DUFOUR

**Abstract**

We say that a real, $(p+1)$-dimensional, Lie algebra is nonresonant if one of its adjoint operators admits $p$ nonresonant eigenvalues. We show that every Poisson structure, which vanishes at a point with such a nonresonant Lie algebra as linearized structure, with only zero- or two-dimensional symplectic leaves, is linearizable. As a corollary we characterize nondegenerate three-dimensional Lie algebras.

## 1. Introduction et résultats principaux

Une *structure de Poisson* sur une variété $V$ de classe $C^\infty$ est la donnée, sur l'ensemble $C^\infty(V)$ des fonctions de classe $C^\infty$ de $V$ dans $\mathbf{R}$, d'un crochet $(f, g) \mapsto \{f, g\}: C^\infty(V) \times C^\infty(V) \to C^\infty(V)$ qui en fasse une algé bre de Lie et qui, de plus, vérifie la propriété "de Leibnitz"

$$\{fg, h\} = f\{g, h\} + g\{f, h\}.$$

Ces structures jouent un rôle fondamental en mécanique et physique [4, 5, 11]; elles sont systématiquement étudiées depuis une dizaine d'années.

Une application différentiable de classe $C^\infty$ $h: (V, \{\ ,\ \}) \to (V', \{\ ,\ \}')$ entre deux variétés munies des structures de Poisson respectives $\{\ ,\ \}$ et $\{\ ,\ \}'$ sera dite *isomorphisme de structures de Poisson* (on dit aussi que $h$ envoie la structure $\{\ ,\ \}$ sur $\{\ ,\ \}'$) si c'est un difféomorphisme tel que

$$\{f \circ h, g \circ h\} = \{f, g\}' \circ h$$

pour tous $f$ et $g$ dans $C^\infty(V')$.

Un problème important est de trouver les formes normales locales de telles structures à isomorphisme près, c'est-à-dire de trouver des systèmes de coordonnées locales $(x_1, \cdots, x_n)$ dans lesquelles les $\{x_i, x_j\}$ aient des écritures aussi simples que possible. Si le rang de la matrice des

Received November 4, 1988 and, in revised form, January 20, 1989.