J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
16 (1981) 675–684

UNE OBSTRUCTION GEOMETRIQUE A L'EXISTENCE DE FEUILLETAGES DE CODIMENSION 1 TOTALEMENT GEODESIQUES

FABIANO GUSTAVO BRAGA BRITO

1. Introduction

Soit W^{n+1} une variété riemannienne compacte, connexe et sans bord sur laquelle est défini un feuilletage transversalement orienté $\mathcal{F}$ de codimension 1. D. Asimov [1] a démontré que pour W à courbure sectionnelle constante c on a

$$\frac{1}{\operatorname{vol}(W)}\int_W K = \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ est impair,} \\ \dfrac{2^n c^{n/2}}{\binom{n}{n/2}}, & \text{si } n \text{ est pair.} \end{cases}$$

Soit maintenant une variété W de dimension 3. S'il existe des constantes K_1, K_2 telles que $K_1 \leqslant c(x, Q_2) \leqslant K_2$, $\forall x \in W, \forall Q_2 \subset T_xW$. On a

$$2K_1 \leqslant \frac{1}{\operatorname{vol}(W^3)}\int_{W^3} K \leqslant 2K_2,$$

où $K\colon W \to \mathbf{R}$, désigne la courbure de Lipschitz-Killing (de Gauss si $n = 2$) de la feuille qui passe par x au point x avec la métrique induite par celle de W, et $c(x, Q_2)$ la courbure sectionnelle en x dans la direction *du* 2-plan $Q_2 \subset T_xW$.

D'autre part, R. Langevin, H. Rosenberg et l'auteur démontrent dans [2] que

$$\frac{1}{\operatorname{vol}(W)}\int_W \eta_k = \begin{cases} c^{k/2}\binom{n/2}{k/2} & \text{si } n \text{ et } k \text{ sont pairs,} \\ 0 & \text{dans les autres cas,} \end{cases}$$

pour W de courbure constante c, et η_k désignant la k-ième fonction symétrique de courbure extrinsèque de la feuille qui passe par x au point x. Suivant [2], les fonctions η_k sont définies par

$$\det(I + tA_x) = \sum_{i=1}^{n} \eta_i(x) t^i,$$

Received June 2, 1980.