J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
15 (1980) 307–353

SUITES DE JORDAN-HÖLDER ET PRINCIPALES D'UN GROUPE DE LIE

A. KUMPERA

La théorie des groupes de Lie et, plus généralement, celle des pseudo-groupes de Lie trouve ses origines, au siècle dernier, en des problèmes d'intégration d'équations différentielles. Dans trois mémoires célèbres [15], [16], [17] Sophus Lie a esquissé une théorie générale d'intégration d'équations différentielles aux dérivées partielles fondée sur la structure du groupe ou, plus généralement, du pseudogroupe des transformations locales laissant invariante l'équation donnée. Le principe consiste à prendre une suite de composition du groupe et à remplacer l'équation initiale par un nombre fini d'équations différentielles invariantes par les quotients successifs de la suite de telle sorte à obtenir des problèmes d'intégration équivalents. Lorsque la suite de composition est une suite de Jordan-Hölder, le problème d'intégration donné est ainsi remplacé par un nombre fini de problèmes d'intégration à groupes simples. Nous voyons par conséquent le rôle fondamental des suites de Jordan-Hölder dans la théorie de Lie. Notons par ailleurs que le même principe peut s'appliquer à l'étude de nombreux problèmes de géométrie. Dans cet article nous étudions la nature des suites de Jordan-Hölder d'un groupe de Lie de dimension finie qui, mis à part son intérêt dans la théorie de Lie, a également un intérêt propre car une partie substantielle de la structure du groupe est décrite par la nature de ses suites de Jordan-Hölder.

Le plan du travail est le suivant. Tout d'abord (§§1–4) nous transcrivons certaines propriétés classiques des algèbres de Lie à la lumière des suites de Jordan-Hölder et des suites principales. Nous indiquons, en particulier, la nature de telles suites pour certaines classes remarquables d'algèbres. Contrairement à l'usage, nous incluons dans la définition d'algèbre *simple* les algèbres abéliennes de dimension un ce qui évitera de fastidieuses répétitions. Compte tenu de son utilisation pour les groupes de Lie de dimension finie, nous limitons la discussion aux algèbres de dimension finie sur un corps K. Pourtant, il va de soi qu'une partie substantielle de la discussion peut être menée en toute généralité.

Received July 30, 1977. Ce travail a été subventionné en partie par le Conseil de Recherches du Canada (Octroi A-5604), le Ministère de l'Education du Québec (FCAC) et le Ministério da Educação e Cultura du Portugal.