J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
15 (1980) 1–26

SPEKTRALEIGENSCHAFTEN DES DIRAC-OPERATORS- DIE FUNDAMENTALLÖSUNG SEINER WÄRMELEITUNGSGLEICHUNG UND DIE ASYMPTOTENENTWICKLUNG DER ZETA-FUNKTION

H. DLUBEK & TH. FRIEDRICH

1. Einleitung

Besitzt eine geschlossene, orientierte Riemannsche Mannigfaltigkeit X^n eine Spin-Struktur, so wird im assoziierten Spinorbündel $\mathbb{S}$ durch kovariante Ableitung und Clifford-Multiplikation ein elliptischer Differentialoperator D 1. Ordnung, der sogenannte Dirac-Operator, definiert. Die Eigenwerte λ_i sowie die Dimensionen m_i der Eigenunterräume des Operators D^2 bestimmen seine Zeta-Funktion

$$\zeta(t) = \sum_{i=0}^{\infty} m_i \cdot e^{-\lambda_i t},$$

deren asymptotisches Verhalten an der Stelle $t = 0$ in der vorliegenden Arbeit untersucht wird. Zu diesem Ziel geben wir eine Konstruktion der Fundamentallösung $E(x, y, t)$ der Wärmeleitungsgleichung

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + D^2\right)u = 0$$

an, welche die Geometrie des Spinorbündels, insbesondere die in ihm induzierte kovariante Ableitung und Parallelverschiebung benutzt und erhalten:

Theorem. *Sei X^n $(n \geqslant 3)$ eine geschlossene Spin-Mannigfaltigkeit und D der im Spinorbündel wirkende Dirac-Operator. Die Zeta-Funktion $\zeta(t)$ des Operators D^2 besitzt an der Stelle $t = 0$ die asymptotische Entwicklung*

$$\zeta(t) \sim (4\pi t)^{-n/2} \sum_{j=0}^{\infty} d_j t^j$$

Received, November 7, 1977, and, in revised form, March 31, 1978.