J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
10 (1975) 347-416

INVARIANTS DIFFERENTIELS D'UN PSEUDOGROUPE DE LIE. II

A. KUMPERA

CHAPITRE III. LES FAISCEAUX DE LIE ET LEURS INVARIANTS DIFFERENTIELS

Dans ce chapitre nous définissons les invariants différentiels associés à un faisceau de Lie (pseudogroupe infinitésimal) et démontrons les théorèmes de finitude. Il est à remarquer que la structure des invariants est liée non seulement à la structure du faisceau de Lie $\mathscr{L}$ opérant sur la variété P mais aussi à la façon dont celui-ci opère relativement à la fibration $\pi: P \to M$. Les théorèmes reposent, par conséquent, sur des hypothèses de régularité portant sur l'action de $\mathscr{L}$ sur π. Leur démonstration comporte essentiellement deux étapes. La première, de nature algébrique, consiste à démontrer la stabilité asymptotique des noyaux de prolongements holonomes successifs de $\mathscr{L}$, autrement dit, les noyaux de prolongements suffisamment grands deviennent les espaces déduits (prolongements algébriques) des noyaux précédents. La deuxième étape consiste à relier les prolongements algébriques des noyaux avec les dérivées formelles admissibles d'invariants différentiels. Le reste du chapitre est consacré à la discussion des hypothèses, à l'étude de critères pratiques pour la vérification de telles hypothèses ainsi qu'à des exemples.

20. Faisceaux de Lie

Soit P une variété différentiable de dimension finie et $\mathscr{O}_P$ le faisceau structural de P. Rappelons que le faisceau $\underline{TP}$ des germes de champs de vecteurs est canoniquement isomorphe au faisceau $\chi(\mathscr{O}_P)$ des germes de dérivations de $\mathscr{O}_P$.

Définition 20.1. Un faisceau de Lie $\mathscr{L}$ sur P est la donnée d'un sous-faisceau en $\boldsymbol{R}$-espaces vectoriels de $\underline{TP} \simeq \chi(\mathscr{O}_P)$.

Si $\pi: P \to M$ est une fibration et $\mathscr{L}$ un faisceau de Lie sur P, nous dirons que $\mathscr{L}$ est un faisceau de Lie sur π. Le faisceau $\mathscr{L}$ est π-projetable si $\mathscr{L} \subset \underline{T(P, M)} \simeq \chi(\mathscr{O}_P, \mathscr{O}_M) =$ faisceau des germes de dérivations de $\mathscr{O}_P$ qui préservent $P \times_M \mathscr{O}_M \subset \mathscr{O}_P$.

Soit $\mathscr{L}$ un faisceau de Lie sur π. A l'aide du morphisme $\tilde{\mathfrak{p}}_k$ (cf. § 15) et pour tout $k \geq 0$ nous définissons le faisceau de Lie $\mathscr{L}_k = \tilde{\mathfrak{p}}_k \mathscr{L}$ sur la variété J_k. Le faisceau $\mathscr{L}_k$ est obtenu par prolongement canonique des éléments de $\mathscr{L}$ (en

Communicated by D. C. Spencer, January 12, 1974.