J. DIFFERENTIAL GEOMETRY
9 (1974) 55-60

CARACTÉRISATION DES VARIÉTÉS À COURBURES SECTIONNELLES HOLOMORPHES GÉNÉRALISÉES CONSTANTES

A. M. NAVEIRA

Parmi les résultats qui relient les propriétés de la courbure d'une variété riemannienne avec la topologie de cette variété on peut signaler ceux de Chern [2] et Thorpe [7], [9] relatifs à l'annulation de certaines classes de Pontrjagin des variétés de Riemann à courbures sectionnelles d'un ordre fixe constant.

Les courbures sectionnelles holomorphes sont des invariants plus faibles que les courbures sectionnelles réelles. Si la courbure sectionnelle holomorphe d'ordre 2 est constante, on connaît une formule simple pour sa forme courbure [6] mais les courbures sectionnelles holomorphes d'ordre p ne semblent pas avoir été étudiées.

Dans la seconde section de cet article on résoud une conjecture indiquée par Gray [5] que nous nous étions posée avant de connaître le dit article. On donne une caractérisation de la forme courbure sectionnelle holomorphe d'ordre p constant en fonction de la forme courbure généralisée complexe et finalement, on déduit des propriétés sur les classes de Chern des variétés à courbure sectionnelle holomorphe d'ordre 2 constant.

Dans la première partie, en suivant une méthode différente de celle employée par Thorpe [7] on fait une exposition de certaines propriétés des courbures sectionnelles réelles, que nous utilisons dans § 2.

L'auteur veut exprimer sa reconnaissance aux Professeurs M. Berger, R. Deheuvels et A. Lichnerowicz pour leurs conseils et leur encouragement dans la réalisation de cet article.

1. Tous les objets géométriques seront de classe C^∞. M indiquera une variété riemannienne n-dimensionnelle, paracompacte et connexe; $F(M)$ le fibré $O(n)$-principal des repères orthonormaux sur M. Pour tout entier pair $p \leq n$, $G_p(M)$ indique la grassmannienne de p-vecteurs tangents.

Sur $F(M)$ existent les 1-formes θ^i, $1 \leq i, j \leq \cdots \leq n$ définies par $\theta^i(v) = g(\Pi_* v, f_i)$, où $v \in T_z F(M)$, $\Pi\colon F(M) \to M$, $z = (x, f_1, \cdots, f_n)$.

Pour chaque p-vecteur $P \in G_p(M)$, soit $K(P)$ sa courbure de Lipschitz-Killing. K est une fonction à valeurs réelles sur $G_p(M)$ que l'on définit comme

Communicated by A. Lichnerowicz, August 12, 1972. Cet article a été élaboré avec l'aide d'une bourse du plan de Formation de Rechercheurs du Ministère d'Education et Science, (Madrid), cours 1971–72.