

59. Über die Begrenzung eines besonderen Gebietes (II).

Von Ken-iti KOSEKI.

Mathematisches Institut der Kaiserlichen Universität zu Kyoto.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Oct. 12, 1945.)

Als Phragmén'scher Satz¹⁾ ist es wohl bekannt, dass eine diskontinuierliche Menge²⁾ nicht die Ebene zerschneidet.³⁾ Aber andererseits, dafür, dass ein beschränktes und keine innere Punkte enthaltendes Kontinuum r die Ebene zerschneidet, ist es notwendig und hinreichend, dass r als Teilmenge eine gemeinsame Begrenzung zweier Gebiete enthält. Hierbei natürliche steht die Struktur solcher gemeinsamen Begrenzung zweier Gebiete im Frage. Die Ähnlichkeit solcher Menge mit einfach geschlossener Jordan-Kurve wurde von C. Kuratowski⁴⁾ erörtert.

Im ersten Paragraphen dieser Note will ich die notwendige und hinreichende Bedingung aufstellen dafür, dass die gemeinsame Begrenzung zweier Gebiete nicht „monostatique“⁵⁾ ist. Im zweiten Paragraphen dieser Note will ich meine Untersuchungen über allseitige Erreichbarkeit für solcher Begrenzung nachrichten.

§ 1

Definition: Ein in einem Gebiete $\mathfrak{G}$ verlaufender Streckenzug $\overline{A_n A_{n+1}}$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) heißt ein allgemeiner Querschnitt von $\mathfrak{G}$, wenn $\limsup_{n \rightarrow \infty} \overline{A_n A_{n+1}}$ und $\limsup_{n \rightarrow -\infty} \overline{A_n A_{n+1}}$ ganz zu der Begrenzung von $\mathfrak{G}$ gehören. Wenn $\limsup_{n \rightarrow \infty} \overline{A_n A_{n+1}}$ aus nur einem einzigen Punkte besteht, und wenn dasselbe gilt für $\limsup_{n \rightarrow -\infty} \overline{A_n A_{n+1}}$ dann die allgemeine Querschnitt $\overline{A_n A_{n+1}}$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) heißt besonders ein Querschnitt von $\mathfrak{G}$.

Satz I. Sei $\mathfrak{G}$ ein beschränktes Gebiet und sei $\overline{A_n A_{n+1}}$ ($n = 0, \pm 1, \dots$) ein allgemeiner Querschnitt von $\mathfrak{G}$, dann muß die Menge der nicht zu $\overline{A_n A_{n+1}}$ ($n = 0, \pm 1, \dots$) gehörenden Häufungspunkte von $\overline{A_n A_{n+1}}$ ($n = 1, 2, \dots$) ein Kontinuum sein. Dasselbe gilt für $\overline{A_n A_{n+1}}$ ($n = -1, -2, \dots$)

1) E. Phragmén. Über Die Begrenzungen Von Continua. Act, Math. 7. (1885).

2) Eine Menge heisst diskontinuierlich, wenn sie kein Kontinuum als Teilmenge enthält.

3) Eine Menge α heisst ein Schnitt der Ebene, wenn die Komplementärmenge von α nicht zusammenhängend ist.

4) C. Kuratowski. Sur la structure des frontières communes à deux régions. Fund. Math. 12. (1918).

5) C. Kuratowski. a.a.o.

6) K. Koseki. Über die Begrenzung eines besonderen Gebietes. Proc. 20. (1944).