

## 68. Zu einer Franzschen Spurformel

By Joseph WEIER

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., July 12, 1962)

Seien  $M$  eine  $m$ -dimensionale und  $N$  eine  $n$ -dimensionale orientierte kompakte topologische Mannigfaltigkeit mit  $m - n = d > 0$ , ferner  $f, g: M \rightarrow N$  stetige Abbildungen,  $[f]$  und  $[g]$  die Graphen von  $f$  und  $g$ , also  $[f]$  die Menge aller Punkte  $p \times f(p)$  aus  $M \times N$ , wo  $M$  von  $p$  durchlaufen wird. Sei  $x_i^\alpha, \alpha = 1, 2, \dots$ , eine  $i$ -dimensionale Homologiebasis von  $M$  und  $y_j^\beta, \beta = 1, 2, \dots$ , eine  $j$ -dimensionale Homologiebasis von  $N$ . Bekanntlich bilden dann die

$$x_i^\alpha \times y_{d-i}^\beta, \\ i=1, 2, \dots, \alpha=1, 2, \dots, \beta=1, 2, \dots,$$

eine  $d$ -dimensionale Homologiebasis,  $H_d$ , von  $M \times N$ . Und  $H_d$  zerfällt in Teilbasen  $H_{d,i}, i=1, 2, \dots$ . Dieser Zerlegung von  $H_d$  entsprechend zerfällt, wie W. Franz in [1] näherhin berechnet hat, die algebraische Realisierung des Uebereinstimmungsgebildes von  $(f, g)$ , also des Durchschnittes von  $[f]$  und  $[g]$ , in homologieinvariante Komponenten  $z_1, z_2, \dots$ .

Gibt es in jeder Nähe von  $f, g$  Abbildungen  $f'$  und  $g'$  derart, dass das Uebereinstimmungsgebilde  $[f'] \times [g']$  von  $(f', g')$  in Komponenten  $C_1, C_2, \dots$  zerfällt mit den Eigenschaften: jedes  $C_i$  ist eine (punktmengentheoretische) Mannigfaltigkeit, deren Homologieklassse mit  $z_i$  zusammenfällt. Zu dieser Frage, die wir später hinsichtlich der Dimensionen von Urbild- und Bildmannigfaltigkeit genauer abgrenzen werden, lässt sich folgendes bemerken. Ist  $d$  hinreichend klein gegenüber der Dimension von  $M$ , so existieren Abbildungen der gesuchten Art.

Sind die Mannigfaltigkeiten  $M$  und  $N$  differenzierbar, so gibt es in jeder Nähe von  $f$  und  $g$  differenzierbare Abbildungen, die die verlangten Eigenschaften besitzen und für die überdies gilt: die  $C_i$  sind ihrerseits differenzierbare Mannigfaltigkeiten.

### Referenz

- [1] W. Franz: Archiv Mathem., **10**, 34-39 (1959).