105. *Sur une représentation des distributions*

Par Shizu NAKANISHI

Université d'Osaka Préfecture

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., May 12, 1966)

Nous allons considérer dans cette Note *une représentation de l'espace des distributions sur un intervalle* $[-a, a]$. I. L. Bondi [1] a déjà montré que telle distribution T s'écrit sous une forme d'intégrale, utilisant l'intégrale (A). Nous allons ici montrer d'autre représentation que celle de Bondi, par l'intégrale. Précisément, désignons par $K(a)$ un espace des fonctions indéfiniment dérivables, périodiques de période $2a$, qui s'annules, avec leurs dérivées, pour $|x|=a$. Nous allons introduire une topologie dans l'espace $K(a)$ comme il suit: des ensembles $U_{n,\varepsilon}$ définis par l'inégalité $\|\varphi\|_n<\varepsilon$, où

$$\|\varphi\|_n=\max_{q\leq n}\max_x|\varphi^{(q)}(x)|,\ n=0, 1, 2, \cdots,$$

forment un système fondamental de voisinages de 0. Désignons par $K'(a)$ le dual de $K(a)$. Alors, on a le

Théorèm. *Si l'on choisit convenablement une fonction $K(x)$ définie dans $[-\infty, \infty]$ et indéfiniment dérivable sauf pour une infinité dénombrable, la totalité des fonctions $(f*K^{(p)})(x)$ définies de façon que*

$$(f*K^{(p)})(x)=\int_{-a}^{a}f(y)K^{(p)}(x-y)dy,$$

où p est un entier quelconque, positif ou nul, et $f(x)$ est une fonction continue quelconque, définie dans $[-a, a]$, donne une représentation de $K'(a)$ de la manière que: quel que soit $T\in K'(a)$,

1) *il existe une fonction $f*K^{(p)}$ telle qu'on ait*

$$(T, \varphi)=(-1)^p(E.\,R.)\int_{-\infty}^{\infty}(f*K^{(p)})(x)\,\varphi(x)dx$$

pour toute $\varphi\in K(a)$,

2) *la dérivée T' est définie par la dérivée au sens uselle de $(f*K^{(p)})(x)$, c.-à-d. on a*

$$(T', \varphi)=(-1)^p(E.\,R.)\int_{-\infty}^{\infty}((f*K^{(p)})(x))'\,\varphi(x)dx.$$

Nous avons utilisé *l'intégrale* $(E.\,R.)$ [2].

Commençons par donner *la définition de l'intégrale* $(E.\,R.)$.

Soient $[a, b]$ un intervalle finie ou infinie, et ν une mesure finie ou σ-finie dans $[a, b]$, jouissant des propriétés suivantes:

1*) Tout ensemble mesurable au sens de Lebesgue est aussi mesurable au sens de ν.

2*) $\text{mes}(A)=0$ si est seulement si $\nu(A)=0$.