

## 65. *Caracterisation des algèbres de Nelson par des égalités. II*

Par Diana BRIGNOLE et Antonio MONTEIRO

Instituto de Matemática, Universidad National der Sur, Bahia Blanca, Argentina

(Comm. by Kinjirô KUNUGI, M.J.A., April 12, 1967)

Dans cette note, nous donnerons une caractérisation des algèbres de Nelson, au moyen des considérations préliminaires dans la première note.

**4.3. Theorem<sup>1)</sup>** *Pour que le système  $(A, 1, \sim, \rightarrow, \wedge, \vee)$  soit une algèbre de Nelson il faut et il suffit que les égalités suivantes*

- N1)  $x \vee 1 = x$
- N2)  $x \wedge (x \vee y) = x$
- N3)  $x \wedge (y \vee z) = (z \wedge x) \vee (z \wedge y)$
- N4)  $\sim \sim x = x$
- N5)  $\sim (x \wedge y) = \sim x \vee \sim y$
- N6)  $x \wedge \sim x = (x \wedge \sim x) \wedge (y \vee \sim y)$
- N7)  $x \rightarrow x = 1$
- N8)  $(\sim x \vee y) \wedge (x \rightarrow y) = \sim x \vee y$
- N9)  $x \wedge (x \rightarrow y) = x \wedge (\sim x \vee y)$
- N10)  $x \rightarrow (y \wedge z) = (x \rightarrow y) \wedge (x \rightarrow z)$
- N11)  $x \rightarrow (y \rightarrow z) = (x \wedge y) \rightarrow z$

*soient vérifiées et que l'on pose par définition  $\neg x = x \rightarrow 0$  (où  $0 = \sim 1$ ).*

On voit de suite que la notion d'algèbre de Boole est un cas particulier de celle d'algèbre de Nelson.

Le choix des axiomes N7)–N10) a son origine dans le fait que les ensembles  $A$  réticulés inférieurement dans lesquels  $a \Rightarrow b$  existe pour tout couple ordonné  $(a, b)$  d'éléments de  $A$ , peuvent être caractérisés [9] par les égalités:

- A1)  $x \Rightarrow x = y \Rightarrow y$
- A2)  $(x \Rightarrow y) \wedge y = y$
- A3)  $x \wedge (x \Rightarrow y) = x \wedge y$
- A4)  $x \Rightarrow (y \wedge z) = (x \Rightarrow z) \wedge (x \Rightarrow y)$

Il était alors indiqué de postuler les égalités N7)–N10).

La démonstration du théorème 4.3 puise fortement sur les résultats indiqués dans [11], dans la démonstration desquels on a fait intervenir l'induction transfinitive. Postérieurement à la rédaction de cette note, Diana Brignole a obtenu une démonstration de 4.3 que

---

1) Ce résultat a été présenté à l'Unión Matemática Argentina le 22 Septembre 1961 (Revista de la Unión Matemática Argentina, 19, no 5(1962), p. 361).