

112. Réalisation des fonctions définies dans un ensemble fini à l'aide des organes élémentaires d'entrée-sortie

Par Akihiro NOZAKI

(Comm. by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., June 12, 1970)

Résumé. Un *organe élémentaire* est un organe d'entrée-sortie qui effectue, en un certain temps fini, une opération définie dans un ensemble fini

$$(k) = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}.$$

On donne les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un ensemble donné d'organes élémentaires puisse *réaliser* toutes les fonctions définies dans (k) .

Le problème se réduit à celui de génération de fonctions à partir d'un ensemble de fonctions (ou d'une suite d'ensembles de fonctions) à l'aide de l'opération de composition restreinte.

1. Introduction. On considère des organes d'entrée-sortie munis d'un fil de sortie et d'un ou de plusieurs fils d'entrée.

On suppose les hypothèses suivantes :

- 1) L'entrée et la sortie sont des séries de "signaux".
- 2) Il y a k signaux distincts notés par

$$0, 1, 2, \dots, k-1$$

On désigne l'ensemble de ces signaux par (k) : $(k) = \{0, 1, 2, \dots, k-1\}$

3) L'opération d'un organe M muni d'un fil de sortie v et de n fils d'entrée u_1, \dots, u_n est représentée par une fonction f à n variables définie dans (k) et par un entier non négatif d de la façon suivante :

$$v(t+d) = f(u_1(t), \dots, u_n(t))$$

où $v(t)$, $u_i(t)$ représentent les signaux circulant au moment t dans le fil v et dans le fil u_i , respectivement.

L'organe M satisfaisant aux conditions 1), 2) et 3) s'appelle *organe élémentaire*. On dit que l'organe élémentaire M réalise en temps d'opération d la fonction

$$f : (k)^n \rightarrow (k)$$

On peut considérer un élément logique électronique comme organe élémentaire.

On désigne par $\Omega(k)$ l'ensemble de toutes les fonctions définies dans (k) . On peut alors associer à chaque ensemble A d'organes élémentaires une suite de parties de $\Omega(k)$:

$$F = (F_0, F_1, F_2, \dots)$$