36. *Charakteristische Eigenschaften des Ellipsoids.*

Von Wilhelm Süss.

Koto Gakko, Kagoshima.

(Rec. Feb. 6, 1926. Comm. by Matsusaburô Fujiwara, M.I.A., Feb. 12, 1926.)

In einer in den Mathematischen Annalen erscheinenden Arbeit beweise ich den

Satz 1: Die Ellipsoide sind die einzigen Eiflächen konstanter Affinbreite.

Unter der Affinbreite in einer Richtung verstehen wir dabei die Affinentfernung[1] eines Punktes A der Eifläche von demjenigen Flächenpunkt B, dessen Tangentenebene zu derjenigen in A parallel ist. Wie hier ein affingeometrisches Analogon der Eiflächen konstanter Breite nur auf eine spezielle Flächenklasse führt, so sollen in der vorliegenden Mitteilung einige ähnliche Vorkommnisse aufgezählt werden, die gleichfalls zur affingeometrischen Kennzeichnung der Ellipsoide dienen.

Zunächst bemerken wir, dass auch bei einer anderen Verallgemeinerung der Breite einer Eifläche Satz 1 bestehen bleibt: Die Punkte einer Eifläche seien zu Paaren mit parallelen Affinnormalen geordnet; wir bezeichnen die Affinentfernung des einen vom andern als „zweite Affinbreite" in der Richtung der Affinnormale der zweiten; dann gilt.

Satz 2: Die Ellipsoide sind die einzigen Eiflächen mit konstanter zweiter Affinbreite.

Für ein solches Punktepaar $\mathfrak{x}$, ¯ gilt nämlich

$$\mathfrak{y}+\rho\,(u,\,v)\;\;\mathfrak{y}=0,\;\;(\bar{\mathfrak{x}}-\mathfrak{x},\;X)=\lambda\;\;(\bar{\mathfrak{x}}-\mathfrak{x},\;\bar{\xi})=c=\text{const.}$$

Für jeden stationären Wert ρ_0 von $\rho\;(\rho_u=\rho_v=0)$ ergibt sich hiernach $\xi_0+\bar{\xi}_0=0$. Dann aber verifiziert man das Bestehen der Beziehung

$$\bar{\mathfrak{x}}_0-\mathfrak{x}_0=c\mathfrak{y}_0=-c\bar{\mathfrak{y}}_0\,;$$

also ist jeder extreme Wert $\rho_0=1$, d.h. $\rho=\text{constant}=1$. Dann aber gilt wiederum überall $\xi+\bar{\xi}=0$ und wir haben das neue Problem auf Satz 1 zurückgeführt.

---

1) Vergleiche z.B. W. Blaschke: Vorlesungen über Differentialgeometrie II, (Berlin 1923), 110. Wir schliessen uns in den Bezeichnungen $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{X}$, ξ, y .... diesem Buche an.