

### 136. Zur konformen Flächentheorie mit Krümmungskugeln als Elementen I.

By Tsurusaburo TAKASU.

Mathematical Institute, Tohoku Imperial University, Sendai.

(Rec. Sept. 14, 1928. Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Oct. 2, 1928.)

**1. Einleitung.** Die Theorie der Zentralkugelnkongruenzen hat Herr G. Thomsen<sup>1)</sup> aufgestellt. Die Theorie der allgemeinen Kugelnkongruenzen im konformen Raume habe ich begründet<sup>2)</sup>. Dabei war der Fall ( $\xi=0$ ) von Krümmungskugelnkongruenzen ausgeschlossen. Im folgenden möchte ich diesen Ausnahmefall behandeln<sup>3)</sup>, der *einen* Fundamentalsatz der konformen Flächentheorie liefert.

**2. Hilfsformeln.** Es sei

$$(1) \quad \xi = \xi(u^1, u^2), \quad ((\xi \xi)_5 = 0)$$

eine Fläche und

$$(2) \quad x = x(u^1, u^2), \quad ((x x)_5 = 1)$$

eine von den beiden Krümmungskugeln in  $\xi$ . Es sei ferner  $q(u^1, u^2)$  der von  $\xi$  verschiedene Schnittpunkt von den drei Kugeln  $x, x_1, x_2$  ( $x_1 = \frac{\partial x}{\partial u^1}$  usw.)  $\xi$  und  $q$  seien so normiert, dass

$$(3) \quad \boxed{(\xi q)_5 = 2k^2 \text{ (konst.)}} \quad \text{gilt.}$$

Im folgenden wollen wir die fünf Vektoren  $\xi, x, \xi_1, \xi_2, q$  als die Grundvektoren einnehmen. Weiter soll die quadratische Form

$$(4) \quad \boxed{ds^2 = (\xi_h \xi_k)_5 du^h du^k = G_{hk} du^h du^k}$$

die Rolle der Grundform der Tensorrechnung spielen. Im übrigen setzen wir

$$(5) \quad \boxed{\begin{aligned} G &= G_{11}G_{22} - G_{12}^2, & D_r^l &= G^{ls}D_{rs} \text{ usw.}, \\ E^{11} &= E^{22} = 0, & E^{12} &= G^{-\frac{1}{2}} = -E^{21}, \\ G^{hk} &= E^{hp}E^{kq}G_{pq}, & M_r &= -(\eta x_r)_5 = (\eta_r x)_5, \\ A_{hk} &= (\xi_h \eta_k)_5, & D_{hk} &= -(\xi_h x_k)_5 = -(\xi_k x_h)_5 = (x_{hk} \xi)_5, \\ A &= A_{11}A_{22} - A_{12}^2, & D &= D_{11}D_{22} - D_{12}^2, \\ \xi_{hk} &= (x_h x_k)_5, & \xi &= \xi_{11}\xi_{22} - \xi_{12}^2. \end{aligned}}$$

1) G. Thomsen, Über konforme Geometrie I. Abhandl. aus dem math. Sem. der Hamburgischen Universität, **2** (1923).

2) T. Takasu, Differentialkugelgeometrie, II. Science Reports of the Tohoku Imperial University, Series I. **17** (1928).

3) Diese Arbeit soll also eine Ergänzung zum Art. 140 der unter 2) zitierten Arbeit bilden.