

36. Über den Führer eines relativ zyklischen Zahlkörpers.¹⁾

By Shôkichi IYANAGA.

Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.

(Rec. Feb. 10, 1929. Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Feb. 12, 1929.)

Ist $K|k$ relativ Abelsch, so ist K ein Klassenkörper über k für eine Idealgruppe H . Den Führer von H bezeichnen wir mit f_{Kk} .

Um dies f_{Kk} zu bestimmen, genügt es bekanntlich nur solchen Fall zu behandeln, wo $K|k$ relativ zyklisch vom Primzahlpotenzgrad ist, und zwar für diesen Fall die Ordnungszahl u von f_{Kk} in $\mathfrak{l}$ zu bestimmen.

Herr Sugawara²⁾ hat dafür folgenden Satz bewiesen:

Satz: Es sei $K|k$ relativ zyklisch vom Primzahlpotenzgrade l^h . K_v sei der in K enthaltene l^v -gradige Oberkörper von k (Also $K_0=k$, $K_h=K$), und K_t der Trägheitskörper für $\mathfrak{l}$ ($0 \leq t < h$). Dann ist die fragliche Zahl u durch die folgende Formel gegeben:

$$(I) \quad u = \begin{cases} 1 + v_1 + \sum_{\mu=1}^{g-1} \frac{v_{\mu+1} - v_\mu}{l_\mu} & \text{für } t < h-1 \\ 1 + v_1 & \text{für } t = h-1 \end{cases}$$

wo $g=h-t$, und $v_1, v_2, \dots, v_g$ die gewöhnliche Bedeutung für $K_{t+1}|K_t$, $K_{t+2}|K_{t+1}$, ..., $K|K_{h-1}$ haben.

Hier will Ich einen rein arithmetischen Beweis für denselben Satz geben.³⁾

1. Es sei.

$$(1) \quad \mathfrak{m} = \prod \mathfrak{p} \prod \mathfrak{l}^n \prod \mathfrak{p}_\infty \mathfrak{m}_0$$

irgendein Erklärungsmodul von H . Dann gibt es dafür einen Idealmodul

$$(2) \quad \mathfrak{M} = \prod \mathfrak{p} \prod \mathfrak{l}^N \prod \mathfrak{p}_\infty \mathfrak{m}_0$$

in K , und allgemein $\mathfrak{M}_v$ in K_v , der das Geschlecht in K_v zu erklären dient. Für die N entsprechenden Zahlen N_v gelten dann die Formeln:

1) Diese Note schliesst sich an den Arbeiten:

T. Takagi: Ueber eine Theorie des relativ Abelschen Zahlkörpers. Journal of the College of Science, Tokyo 1920.

H. Hasse: Bericht über neuere Untersuchungen etc. I. Ia. Jahresbericht d. D. M.V. 35, 36. an, die im folgenden bezw. mit T., H.I., H.I., zitiert werden. Es sei gestattet, von den dort geläufigen Bezeichnungen ohne Erklärung Gebrauch zu machen.

2) Proc., 2. 36.

3) Herr Sugawara benutzt in seinem Beweis einen in H.I. gegebenen, aus Hecksche Funktionalgleichung für L-Reihen hergeleiteten Satz. (Satz 16, H.I.S. 38)