

## PAPERS COMMUNICATED

**58. Bemerkungen über die Frobeniussche Komposition der Charaktere einer endlichen Gruppe.**

Von Kenjiro SHODA.

(Rec. April 30, 1930. Comm. by TAKAGI, M.I.A., May 12, 1930.)

Um die Berechnung der Charaktere einer Gruppe zu erleichtern, hat Frobenius<sup>1)</sup> zwei Methoden angegeben. Es dürfte nicht ohne Interesse sein zu bemerken, daß man die in F. II. § 1 befindlichen Formeln leicht aus denen in F. I. § 1 ableiten kann. Damit wird also gezeigt, daß F. II. als eine Anwendung von F. I. anzusehen ist. Nach dieser Überlegung kann man die Formeln in F. II. etwas verallgemeinern und einige neue Formeln erhalten.

Wir betrachten das direkte Produkt von zueinander isomorphen Gruppen :

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_1 \times \mathfrak{G}_2 \times \dots \times \mathfrak{G}_m.$$

Die Produkte der entsprechenden Elemente aus  $\mathfrak{G}_i$  bilden ersichtlich eine zu  $\mathfrak{G}_i$  isomorphe Gruppe, die mit  $\mathfrak{G}$  bezeichnet sei.

Jede irreduzible Darstellung von  $\mathfrak{G}$  ist das Kroneckersche Produkt der irreduziblen Darstellungen der Faktoren  $\mathfrak{G}_i$  und umgekehrt.<sup>2)</sup> Da  $\mathfrak{G}_i$  zu  $\mathfrak{G}$  isomorph ist, so ist der Charakter von  $\mathfrak{G}$

$$\chi^{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_m}(P) = \phi^{\lambda_1}(P) \phi^{\lambda_2}(P) \dots \phi^{\lambda_m}(P),$$

wo  $P$  ein Element aus  $\mathfrak{G}$  und  $\phi^{\lambda_i}(P)$  ein Charakter von  $\mathfrak{G}$  ist.

Nach F. I. (3) gibt es ein System von nichtnegativen ganzen Zahlen  $f_{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_m}$ , so daß

$$\chi^{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_m}(P) = \sum_{\lambda} f_{\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_m \lambda} \phi^{\lambda'}(P) \quad (\text{F. II. 2}),$$

wo  $\phi^{\lambda'}(P)$  den konjugiert komplexen Charakter von  $\phi^{\lambda}(P)$  bedeutet, also

$$\phi^{\lambda'}(P) = \phi^{\lambda}(P^{-1}).$$

Setzt man  $P = E$  (das Einheitslement) und bezeichnet man den Grad

1) G. Frobenius: Über Relationen zwischen den Charakteren einer Gruppe und denen ihrer Untergruppe, Sitzungsberichte der Akad. der Wiss. zu Berlin, 1898; Über die Composition der Charaktere einer Gruppe, ebenda, 1899. Diese beiden Arbeiten werden bzw. mit F. I. und F. II. zitiert.

2) K. Shoda: Über direkt zerlegbare Gruppen, zu erscheinen in J. Fac. Sci., Tokyo, (Sect. I) Vol. 2.