PAPERS COMMUNICATED

107. *Sur la stabilité des intégrales d'un système d'équations différentielles.*

Par Mitio NAGUMO et Masuo FUKUHARA.
Mathematical Institute, Tokyo Imperial University.
(Rec. Oct. 27, 1930. Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Nov. 12, 1930.)

Soit un système d'équations différentielles ordinaires contenant un paramètre a :

$$(\mathrm{A}_a) \qquad \frac{dx_i}{dt}=f_i(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n;\ t, a) \qquad (i=1, 2, \ldots\ldots, n).$$

Nous faisons des hypothèses suivantes :

1°. *Les f_i sont des fonctions continues définies dans le domaine D :*

$$0\leqq t<\infty, \quad a_1\leqq a\leqq a_2, \quad |x_i|\leqq b$$

et satisfont dans ce domaine aux conditions de Lipschitz :

$$|f_i(x_1, \ldots\ldots, x_n;\ t, a)-f_i(y_1, \ldots\ldots, y_n;\ t, a')|$$
$$\leqq \lambda\sum_{i=1}^{n}|x_i-y_i|+\mu|a-a'|.$$

2°. *Il existe une fonction $M(x_1, \ldots\ldots, x_n;\ t, a)$ jouissant des propriétés :*

(i) *qu'elle satisfait dans D à la condition de Lipschitz :*

$$|M(x_1, \ldots\ldots, x_n;\ t, a)-M(y_1, \ldots\ldots, y_n;\ t, a')|$$
$$\leqq \alpha\sum_{i=1}^{n}|x_i-y_i|+\beta|a-a'|.$$

(ii) *que si $x_i=x_i(t)$ sont des intégrales quelconques de (A_a), la fonction $M[x_1(t), \ldots\ldots, x_n(t);\ t, a]$ est une fonction non croissante de t et reste supérieure à $\sum_{i=1}^{n}|x_i(t)|$ pour $t>0$.*

(iii) *qu'il existe des valeurs $(x_1^0, x_2^0, \ldots\ldots, x_n^0)$ telles que l'on ait*

$$M(x_1^0, x_2^0, \ldots\ldots, x_n^0;\ 0, a)<b-k$$

k étant un nombre positif plus petit que b.

Dans ces hypothèses, nous allons montrer

que si $a(t)$ est une fonction continue de t telle que l'on ait

$$a_1\leqq a(t)\leqq a_2 \qquad pour \quad t>0$$
$$\beta\int_0^\infty|a'(t)|\,dt<k \qquad \left(a'(t)=\frac{d}{dt}a(t)\right)$$