95. Über die Verteilung der Nullstellen von den Lösungen der Differentialgleichung $\frac{d^2w}{dz^2}+G(z)w=0$ einer komplexen Veränderlichen.

Von Hidegorô NAKANO.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.
(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Oct. 12, 1932.)

Wir setzen $z=x+iy$, und beschränken uns auf der reellen Axe der Gaussschen Ebene.

Satz 1. $G(z)$ sei auf der reellen Axe $(0\leqq x\leqq a,\ y=0)$ *eine stetige Funktion, und ihr reeller Teil $\Re G(z)$ sei daselbst nicht grösser als eine positive Konstante R. Eine den Anfangspunkt $z=0$ durchgehende und nicht identish verschwindende Lösung $w(z)$ der Differentialgleichung*

$$\frac{d^2w}{dz^2}+G(z)w=0\,, \tag{1}$$

besitzt keine Nullstelle zwischen $0<x<\mathrm{Min}\left(a,\ \frac{\pi}{\sqrt{R}}\right)$ *auf der reellen Axe* $y=0$.

Beweis. Wir bezeichnen mit $x_0(>0)$ die auf der reellen Axe nächst dem Anfangspunkt $z=0$ liegende Nullstelle von $w(z)$. Die Differentialgleichung

$$w''(x)+G(x)w(x)=0$$

lässt sich in der Form

$$\left(\frac{w'(x)}{w(x)}\right)'+\left(\frac{w'(x)}{w(x)}\right)^2+G(x)=0$$

schreiben. Wenn man nur den reellen Teil in Betracht zieht, so ist

$$\left(\Re\frac{w'}{w}\right)'+\left(\Re\frac{w'}{w}\right)^2-\left(\Im\frac{w'}{w}\right)^2+\Re G(x)=0\,,$$

darum besteht die Ungleichung

$$\left(\Re\frac{w'}{w}\right)'+\left(\Re\frac{w'}{w}\right)^2+\Re G(x)\geqq 0\,.$$

Da für $0<x<x_0$ die Relation

$$\Re\frac{w'}{w}=\Re\frac{d}{dx}\log w=\frac{d}{dx}\log|w|=\frac{|w|'}{|w|}$$