165. Über die Fermatsche Vermutung, X.

Von Taro MORISHIMA.
Furitu Kotogakko, Tokyo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Dec. 12, 1933.)

Die folgende Arbeit ist eine Untersuchung über die Fermatsche Vermutung im ersten Fall. Es seien

l eine ungerade Primzahl,
k der Kreiskörper der l-ten Einheitswurzel,
$h=l^n q$, $q\not\equiv 0 \pmod{l}$, die Klassenzahl von k,
r eine primitive Wurzel mod l,
ζ eine primitive l-te Einheitswurzel,
s die Substitution $(\zeta:\zeta^r)$ in k.

Wir legen einen allgemeineren Äquivalenzbegriff zugrund und nennen zwei Ideale $\mathfrak{j}$, $\mathfrak{j}'$ in k äquivalent ($\mathfrak{j}\sim\mathfrak{j}'$), wenn im absoluten Sinne $\mathfrak{j}^q$, $\mathfrak{j}'^q$ äquivalent sind; unter „Klasse eines Ideals $\mathfrak{j}$ innerhalb der irregulären Gruppe" können wir einfach die Klasse von $\mathfrak{j}^{qq'}$ ($qq'\equiv 1 \pmod{l^n}$) im absoluten Sinne verstehen. In diesem Sinne gilt:

Satz A.[1] In k läßt sich für die Gruppe der q-ten Potenzen der Idealklassen eine Basis

$$\mathfrak{j}_1,\ \mathfrak{j}_2,\ \ldots\ldots,\ \mathfrak{j}_e,$$

$$\mathfrak{j}_i^{l^{n_i}}\sim 1, \qquad \mathfrak{j}_i^{l^{n_i-1}}\not\sim 1 \qquad (i=1,2,\ldots\ldots,e)$$

wählen, derart, daß zugleich auch

$$\mathfrak{j}_i^{s-a_i}\sim 1$$

gilt, wobei a_i gewisse ganze rationale Zahl bedeutet und die der Klasse $\mathfrak{j}_i$ zugehörige Zahl genannt werden soll.

Es seien ferner $\mathfrak{p}_1$, $\mathfrak{p}_2$, ... die Ideale derjenigen Klassen $\mathfrak{j}_i$ in Satz A, deren a_i quadratische Nichtreste mod l sind, $\mathfrak{q}_1$, $\mathfrak{q}_2$, ... die Ideale der übrigen Klassen aber, deren a_i quadratische Reste mod l sind, und

$$\mathfrak{p}_i^{l^{m_i}}=(\rho_i), \qquad \mathfrak{q}_i^{l^{n_i}}=(\rho'_i),$$

dann sind

$$\rho_i^{s-a_i}=\alpha_i^{l^{m_i}}, \qquad \rho_i'^{s-a'_i}=\alpha_i'^{l^{n_i}}, \tag{1}$$ [2]

1) F. Pollaczek: Math. Zeit., **21**, S. 11; T. Morishima: Jap. Journ. Math., Vol. **10** (1933).

2) F. Pollaczek: a.a.O., S. 20.