164. Über die Darstellungen einer endlichen Gruppe durch reelle Kollineationen.

Von Keizo ASANO.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Dec. 12, 1933.)

Es sei $\mathfrak{H}$ eine endliche Gruppe mit den Elementen $H_1, H_2, \ldots\ldots, H_h$. Es sei $c_{P,Q} \neq 0$ ein Faktorensystem in einem reellabgeschlossenen Körper Ω, d.h. der h^2 Elemente aus Ω, welche den Gleichungen

$$(1) \qquad c_{P,Q}c_{PQ,R} = c_{P,QR}c_{Q,R} \qquad (P, Q, R = H_1, H_2, \ldots\ldots, H_h)$$

genügen. Dann ist

$$(2) \qquad c_{P,Q}^h = \frac{c_P c_Q}{c_{PQ}}, \qquad c_P = \prod_R c_{P,R}.$$

Ist h ungerade, so ist

$$c_{P,Q} = \frac{\delta_P \delta_Q}{\delta_{PQ}}. \qquad (\delta_P^h = c_P, \quad \delta_P \in \Omega)$$

Also läuft die Darstellung von $\mathfrak{H}$ durch Kollineationen auf die Darstellung von $\mathfrak{H}$ durch Matrizen hinaus.[1] Wir brauchen daher nur den Fall zu betrachten, wo h gerade ist.

Es sei nun h gerade. Zwei Faktorensysteme $c_{P,Q}$ und $c'_{P,Q}$ heissen einander assoziiert, wenn sich h Elemente k_P aus Ω so bestimmen lassen, dass die Gleichungen

$$(3) \qquad c_{P,Q}^h = \frac{k_P k_Q}{k_{PQ}} c_{P,Q}$$

erfüllt sind. Die Klassen assoziierter Faktorensysteme bilden eine multiplikative abelsche Gruppe $\mathfrak{M}$. Da $c_{P,Q}^h > 0$ ist, folgt aus (2)

$$c_{P,Q}^h = \frac{|c_P|\,|c_Q|}{|c_{PQ}|}.$$

Es muss also

$$c_{P,Q} = \frac{\delta_P \delta_Q}{\delta_{PQ}} (-1)^{a_{P,Q}} \qquad (\delta_P^h = |c_P|, \quad \delta_P > 0)$$

sein. Jede Klasse enthält ein Faktorensystem von der Form $c_{P,Q} = (-1)^{a_{P,Q}}$. Daher ist $\mathfrak{M}$ eine endliche abelsche Gruppe vom

1) I. Schur: Über die Darstellungen der endlichen Gruppe durch gebrochene lineare Substitutionen. Journal für Math. **127**. (1904). §1.