

88. Diskriminantenformel für normale einfache hyperkomplexe Systeme.

Von Kenjiro SHODA.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., June 12, 1934.)

Der vorangehenden Arbeit¹⁾ anschliessend bestimmen wir in der vorliegenden Note die explizite Diskriminantenformel für normale einfache hyperkomplexe Systeme.

Zunächst betrachten wir einen normalen $\mathfrak{P}$ -adischen Körper $\mathfrak{K}$ über einem $\mathfrak{p}$ -adischen Zahlkörper K . Nach H. Hasse²⁾ lässt sich $\mathfrak{K}$ als das verschränkte Produkt $\mathfrak{K} = (p, \pi, K(\omega))$ eines unverzweigten zyklischen Erweiterungskörpers $K(\omega)$ darstellen, wo p eine primitive Zahl zu $\mathfrak{p}$ und ω eine primitive Wurzel modulo $\mathfrak{P}$ bedeuten. Man erhält eine in $K(\omega)$ irreduzible Darstellung von $\mathfrak{K}$, wenn man den Elementen ω, π die Matrizen

$$W = \begin{pmatrix} \omega & & & \\ & \omega^\pi & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega^{\pi^{m-1}} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

zuordnet, wobei ω^{π^α} das Element $\pi^\alpha \omega \pi^{-\alpha}$ bedeutet.

Wir betrachten nun das Matrizenystem $K(\omega)_m$ des Grades m in $K(\omega)$. Da die durch W und P erzeugte Ordnung zu der durch ω und π erzeugten Maximalordnung von $\mathfrak{K}$ isomorph ist, so werden wir die Diskriminante der Basis $W^i P^s$, $i, s = 0, 1, \dots, m-1$, ausrechnen. Wie wir schon in der vorangehenden Arbeit gesehen haben, genügt es dafür die Norm unserer Ordnung in bezug auf die Matrizenbasis $e_{\mu\nu}$ von $K(\omega)_m$ zu berechnen. Denn die Diskriminante der Basis $e_{\mu\nu}$ ist gleich 1.

Ersichtlich ist aber

$$\begin{aligned} W^i P^s = & \omega^i e_{1, s+1} + \cdots + \omega^{i\pi^{m-s+1}} e_{m-s, m} + p \omega^{i\pi^{m-s}} e_{m-s+1, 1} \\ & + \cdots + p \omega^{i\pi^{m-1}} e_{ms}. \end{aligned}$$

Hieraus folgt leicht, dass die Norm unserer Ordnung gleich $\mathfrak{p}^{\frac{m(m-1)}{2}} D^m$ ist, wo

1) K. Shoda: Diskriminantensatz für normale einfache hyperkomplexe Systeme.

2) H. Hasse: Über $\mathfrak{p}$ -adische Schiefkörper und ihre Bedeutung für die Arithmetik hyperkomplexer Zahlssysteme, Math. Ann. **104** (1931), 495-534.