87. Diskriminantensatz für normale einfache hyperkomplexe Systeme.

Von Kenjiro SHODA.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Osaka.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., June, 12, 1934.)

In einer Arbeit[1] haben wir ein Kriterium für normale einfache hyperkomplexe Systeme angegeben. Es sei nämlich

$$\mathfrak{S}=e_1K+e_2K+\cdots\cdots+e_nK,$$
$$e_ie_j=\sum_k e_k a_{ij}^k, \qquad a_{ij}^k \text{ aus } K,$$

ein hyperkomplexes System über einem vollkommenen Körper K. Dann gilt:

I. *$\mathfrak{S}$ ist dann und nur dann normal-einfach, wenn die Determinante*

$$d=|d_{ij,st}|, \qquad d_{ij,st}=\sum_k a_{is}^k a_{kj}^t,$$

von Null verschieden ist.

Wie wir dort schon bemerkten, kann man diese Determinante folgendermassen konstruieren. Es ist in der Tat

$$(e_ie_s)e_j=\sum_t d_{ij,st}e_t,$$

also ist

$$d=|D_{is}|,$$

wo D_{is} die transponierte Matrix einer Matrix bedeutet, die bei der regulären Darstellung von $\mathfrak{S}$ dem Element e_ie_s entspricht. Dabei sollen $e_1, e_2, \cdots\cdots, e_n$ als Basis des Darstellungsmoduls angenommen werden.

Sind $c_1, c_2, \cdots\cdots, c_n$ linear unabhängig und

$$c_i=\sum_\nu e_\nu r_{i\nu}, \qquad r_{i\nu} \text{ aus } K,$$

so ist ersichtlich

$$c_ic_s=\sum_{\mu,\nu} e_\nu e_\mu r_{i\nu} r_{s\mu},$$

also ist die transponierte Matrix der c_ic_s entsprechenden Matrix gleich

$$D_{is}^*=\sum_{\mu,\nu} D_{\nu\mu} r_{i\nu} r_{s\mu}.$$

Betrachtet man $c_1, c_2, \cdots\cdots, c_n$ als neue Basis des Darstellungsmoduls, so entspricht dem Element c_ic_s die zu D_{is}^* ähnliche Matrix $F_{is}=R^{-1}D_{is}^*R$, wenn man die Matrix $(r_{i\nu})$ mit R bezeichnet.

---

1) K. Shoda: Ein Kriterium für normale einfache hyperkomplexe Systeme, Proc. **10** (1934), 195.